



Università degli Studi di Parma
Facoltà di Scienze MM. FF. NN.
Corso di Laurea in Informatica

Giulio Destri
Gianfranco Scazza

INTRODUZIONE A SISTEMI, AUTOMI, SCHEMI A BLOCCHI

AREA PROFESSIONAL

Collana “I quaderni di Area Professional”



Licenza Creative Commons Attribution 3.0 Unported– 2010
<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

URL originale: http://www.areaprofessional.net/documenti/sistemi_automi.pdf

SOMMARIO

INTRODUZIONE: IL CONTESTO DEI SISTEMI	4
Il ruolo dei sistemi nella realtà di ogni giorno.....	4
Capire la realtà: sistemi e modelli	5
Esempi di sistemi	6
L'interno di un sistema: i sottosistemi.....	7
Ingressi, uscite e stato interno.....	7
ANALIZZARE IL COMPORTAMENTO DI UN SISTEMA.....	8
Rappresentazione dei sistemi	8
Definizione di Funzione di Trasferimento e di Blocco.....	9
Funzioni di trasferimento ed evoluzione dei sistemi	9
Perché studiare un sistema.....	10
Esempi di Caratteristiche e comportamento di un sistema.....	11
Uso degli schemi a blocchi per l'analisi di un sistema	14
Operazioni di algebra dei blocchi	16
SISTEMI E CONTROLLI.....	19
Il controllo e la regolazione.....	19
Sistema a catena aperta.....	19
Sistemi a catena chiusa.....	20
Applicazione di controllo in catena aperta e chiusa.....	21
Ruolo di Ingressi e disturbi	23
Esempi di sistemi di controllo a catena aperta e a catena chiusa	24
Esempi di sensori e trasduttori domestici.....	24
Esempi di attuatori	25
Altri esempi di sistemi di controllo	25
CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI.....	27
Definizioni importanti per la classificazione dei sistemi	27
Stabilità dei sistemi	29
Tipi di ingressi.....	29
Tipi di uscite.....	31
Errore assoluto e relativo.....	32
Periodo transitorio e condizioni a regime.....	33
Stabilità dei sistemi.....	35
LA MODELLAZIONE PER L'ANALISI DEI SISTEMI	37
Modellazione ed analisi	37
Tipi di modelli	37
Scelta del modello e simulazione	38
Classificazione dei modelli	38
UN SISTEMA PARTICOLARE: L'AUTOMA.....	41
Che cosa sono gli automi?	41
Proprietà fondamentali degli automi.....	42
Automa a stati finiti	42
Automati riconoscitori	43
Il diagramma degli stati	44
Costruzione del diagramma degli stati	47
Rappresentazione di automi con le Tabelle di transizione	50
Gli automi riconoscitori.....	53
Gli automi di Mealy, di Moore e senza Uscite	58
Esempi di Automi di Mealy e di Moore e senza uscite	60

INTRODUZIONE: IL CONTESTO DEI SISTEMI

Il mondo reale è per sua natura complesso e le organizzazioni umane lo sono in modo particolare. Per potere comprendere e gestire la realtà è indispensabile sviluppare metodologie di **modellazione** della realtà, atte a creare *modelli semplificati* della stessa, evidenziandone le caratteristiche di interesse in relazione allo scopo della analisi e al contesto.

Il ruolo dei sistemi nella realtà di ogni giorno

L'osservazione quotidiana degli oggetti ci permette di distinguere intuitivamente quelli che formano un sistema da quelli che non lo formano. La **Teoria generale dei Sistemi** è la disciplina il cui obiettivo è fornire un metodo rigoroso di *analisi e sintesi* di una situazione reale allo scopo di studiarne il comportamento.

Tutti conosciamo la differenza tra un mucchio di grano e un aeroplano. Se aggiungiamo o togliamo un chicco di grano al mucchio in pratica non cambia nulla, ma se aggiungiamo o togliamo un elemento agli oggetti che compongono l'aeroplano, come ad esempio aggiungere un'ancora pesantissima o togliere l'elica, le cose cambiano radicalmente. Questo accade perché non è possibile affermare che un aeroplano è uguale alla somma degli elementi di cui è costituito mentre lo è per il mucchio di grano. L'aeroplano, infatti, è formato da oggetti che interagiscono tra di loro con lo scopo di farlo funzionare come se fosse un'unica entità. E' quindi possibile affermare che un mucchio di grano non è un sistema, mentre un aeroplano lo è.

Una definizione semplice di un sistema è quindi: **Un sistema è un insieme di elementi che interagiscono tra di loro per funzionare come un elemento unico.**

Una definizione maggiormente rigorosa, ma sostanzialmente equivalente, è: **Un sistema è un insieme di elementi distinti, in relazione fra di loro secondo leggi ben precise, che concorrono al raggiungimento di un obiettivo comune, oppure di una evoluzione comune.**

I sistemi possono essere classificati in base alla loro origine, per esempio definendo l'esistenza di:

- Sistemi naturali
- Sistemi artificiali
- Sistemi misti.

I sistemi possono essere suddivisi in componenti, ciascuno dei quali ha una sua struttura e può essere un sistema esso stesso. La realtà può quindi essere vista come un macro-sistema, suddivisibile in tanti sottosistemi, aventi struttura più o meno complessa.

Secondo la teoria generale dei sistemi, un sistema può essere definito tale quando sono noti:

- Gli **obiettivi** da raggiungere;
- Le **parti** (o **elementi**) che lo compongono;
- Le **interazioni** col mondo esterno, espresse in termini di **ingressi** e **uscite**;
- Le **relazioni** che descrivono i rapporti tra i vari componenti.

Capire la realtà: sistemi e modelli

Per potere capire e padroneggiare la realtà, occorre modellizzarla. Un **modello**, ossia il prodotto del processo di modellizzazione o modellazione, è una *semplificazione* della realtà, che si ottiene riducendo le caratteristiche in esame e considerando solo quelle utili al fine dello scopo (es. progetto considerato/analisi in corso).

In pratica un modello è una *rappresentazione* del sistema stesso che, pur avendo forma e natura diverse da esso, ne conserva ed evidenzia in modo analogico alcune caratteristiche particolarmente significative per l'analisi. Ad esempio, possiamo considerare i modelli matematici dell'atmosfera usati per le previsioni meteorologiche, i modelli statistico-matematici usati per le previsioni degli andamenti nei mercati azionari, i modelli iconici usati nei progetti degli edifici e dei componenti meccanici (es. CAD).

I modelli ci aiutano a "visualizzare" un sistema come è o come vorremmo che fosse, ci permettono di specificare la struttura o il comportamento di un sistema e *documentano* le decisioni che abbiamo preso nel corso della loro definizione. Per esempio, se consideriamo l'insieme dei parametri che servono a definire e descrivere un cliente nel settore dell'industria cosmetica o nel settore bancario, essi conducono a modelli completamente diversi del cliente, ottimizzati e dipendenti dallo scopo per cui il processo di modellazione viene fatto.

Per potere arrivare ai modelli si possono identificare almeno i seguenti passi:

- Definire l'obiettivo della modellazione
- Identificare il sistema e le parti interessanti ed i suoi confini (boundary)
- Definire i vincoli
- Generare un modello di massima che ponga in evidenza le relazioni fra le parti del sistema
- Formalizzare completamente il sistema, raffinando il modello per passi successivi
- Usare il modello (es. per una simulazione).

Per sistemi reali non banali, spesso non si realizza un solo modello, ma un piccolo insieme di modelli, che possono essere costruiti e studiati separatamente, ma che sono strettamente intercorrelati. Poiché la mente umana può elaborare contemporaneamente solo un numero limitato di cose, se il modello non è ben fatto, si possono avere troppi dettagli, alcuni dei quali sfuggono all'attenzione dell'osservatore, o pochi dettagli, con conseguente mancanza di conoscenza e imprecisione del modello stesso.

Un procedimento analitico che cerca di essere indipendente dal singolo ambiente di applicazione e che tende prevalentemente a costruire un modello universale applicativo in qualsiasi ambito, purché a parità di condizioni, si chiama **Processo di Astrazione**.

L'analisi può essere compiuta in approccio Top-down, compiendo una scomposizione di un sistema per passi successivi in sottosistemi sempre più elementari o in approccio Bottom-up, attraverso la costruzione di un sistema complesso per composizione successiva di sistemi elementari. Molto spesso gli analisti esperti usano entrambi gli approcci sullo stesso sistema reale. Inoltre il modello deve essere valido per il contesto in cui si opera e, nel caso serva come base per un confronto di idee, deve anche essere adattato all'interlocutore del momento e le sue parti denominate con un linguaggio appropriato al contesto della comunicazione. Vanno quindi presi in considerazione aspetti diversi in momenti diversi e a diversi livelli di dettaglio. L'uso dei modelli è stato introdotto ormai da decenni nelle discipline scientifico-economiche, ed è stato codificato nella Teoria dei Sistemi o Scienza dei Sistemi, ove si afferma che "per quanto sia complesso o diversificato il mondo della nostra esperienza, potremo sempre trovare in esso vari tipi di organizzazione, che possono essere descritti per mezzo di principi comuni" [PCE 2002]. L'approccio sistemico si distingue dal più tradizionale approccio analitico, in quanto privilegia l'interazione e la connessione delle differenti componenti di un sistema.

Un modello estremamente utile è il cosiddetto modello a “scatola nera” (black-box), rappresentato in figura 1.1, in cui un osservatore esterno non conosce la struttura interna di un sistema, ma ne rappresenta il comportamento, osservando ciò che entra nel sistema (input) e ciò che ne esce (output).

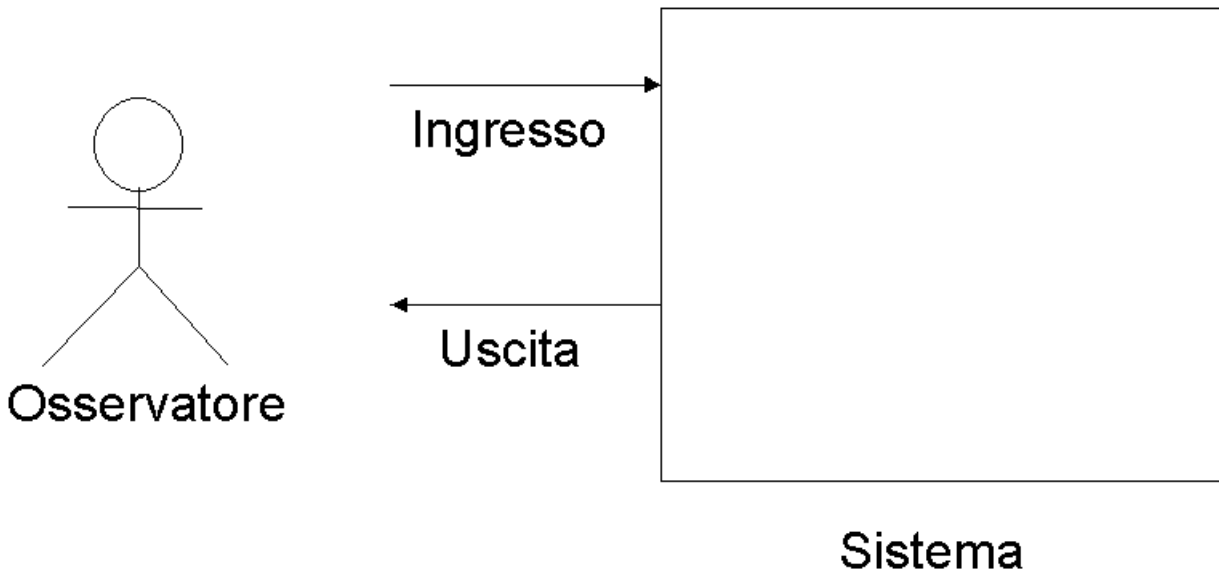


Figura 1.1: Il modello a scatola nera di un sistema, di cui non è nota, o non si intende considerare, la struttura interna, ma solo ciò che entra e ciò che esce, ossia le sue comunicazioni con il mondo esterno.

Esempi di sistemi

Consideriamo un *aeroplano* vedendolo come un sistema: è facile identificare in esso tutti gli elementi che caratterizzano un sistema, infatti:

- L'**obiettivo** è permettere all'uomo lo spostamento su lunghe distanze in tempi ragionevolmente brevi;
- Le **parti** sono costituite dai vari componenti meccanici, elettrici ed elettronici (il motore, il telaio, il carrello, la plancia dei comandi ecc.);
- Le **interazioni** sono: in ingresso il carburante e le persone da trasportare, in uscita l'energia (termica e meccanica) e le persone trasportate;
- Le **relazioni** sono le attività svolte dai vari componenti che permettono all'aeroplano di alzarsi in volo, volare, virare, e atterrare.

Anche il *corpo umano* può essere considerato come un sistema, infatti gli elementi che lo caratterizzano sono tutti identificati:

- L'**obiettivo** è la sopravvivenza dell'uomo;
- Le **parti** sono costituite dai vari apparati: circolatorio, respiratorio, nervoso, muscolare ecc.;
- Le **interazioni** sono, per esempio, il cibo ingerito, l'aria respirata come ingresso, il movimento in genere, la sudorazione come uscita dal corpo umano;
- Le **relazioni** consistono nella sincronizzazione delle funzioni svolte dai vari apparati che consentono la sopravvivenza dell'essere.

Come ultimo sistema consideriamo il *computer*, anche per esso è facile identificare tutti gli elementi che caratterizzano un sistema, infatti:

- L'**obiettivo** è l'elaborazione dei dati
- Le **parti** sono costituite dai vari componenti meccanici, elettrici ed elettronici (il microprocessore, la scheda madre, le memorie ecc.);
- Le **interazioni** sono come ingresso i dati e i programmi inseriti dall'utente, in uscita i dati elaborati;
- Le **relazioni** sono le funzioni svolte dai vari componenti che permettono al computer di visualizzare immagini, stampare documenti ecc.

L'interno di un sistema: i sottosistemi

Se le parti che costituiscono un sistema sono a loro volta altri sistemi, si parla allora di *sottosistemi*.

Ogni sottosistema, pur essendo considerato a tutti gli effetti un sistema, concorre al raggiungimento dell'obiettivo del sistema principale di cui fa parte.

Ad esempio per il sistema corpo umano è possibile individuare il sottosistema cuore, il sottosistema fegato, il sottosistema cervello e altri ancora. Essendo un sottosistema ancora un sistema, per il sottosistema cuore ad esempio è possibile identificare tutti gli elementi che caratterizzano un sistema, infatti:

- L'**obiettivo** è il richiamo del sangue venoso e l'invio di quello arterioso ossigenato;
- Le **parti** sono costituite dai ventricoli destro e sinistro e dalle valvole;
- Le **interazioni** sono come ingresso il sangue venoso proveniente da tutte le parti periferiche del corpo e come uscita il sangue arterioso ossigenato verso tutte le parti periferiche;

Le **relazioni** consistono nella sincronizzazione dei sottosistemi (ad esempio l'apertura e chiusura delle valvole) che permettono al sistema un costante richiamo e pompaggio del sangue.

Ingressi, uscite e stato interno

Oltre agli ingressi e alle uscite, descritte attraverso opportune variabili, esiste un'altra grandezza che caratterizza un sistema: lo stato interno.

Lo stato interno rappresenta le proprietà intrinseche, o caratteristiche, di un sistema ovvero le informazioni necessarie e sufficienti atte a descriverne le condizioni in cui si trova il sistema in un determinato istante.

Nell'esempio del cuore, lo stato interno può essere composto dalle sue caratteristiche fisiche quali il volume, la pressione sanguigna ecc; per il sistema aeroplano, lo stato interno può essere composto dall'insieme dei valori che rappresentano i litri di carburante nei serbatoi, il numero di giri del motore, il livello dell'olio ecc.

Leggere i valori dello stato di un sistema in un determinato istante equivale a farne una fotografia ovvero a vedere la situazione in quel momento. I valori degli ingressi, delle uscite e quelli assunti dallo stato interno di un sistema, vengono memorizzati in apposite variabili che prendono il nome di **variabili di ingresso, di uscita e di stato**.

ANALIZZARE IL COMPORTAMENTO DI UN SISTEMA

Rappresentazione dei sistemi

La rappresentazione di un sistema, come visto nel capitolo precedente, è realizzata efficacemente tramite un **diagramma a blocchi** o **rappresentazione a scatola nera** in quanto non rende visibile come è fatto il sistema al suo interno. Viene utilizzato il simbolismo grafico composto dai seguenti elementi:

- Un rettangolo col nome del sistema;
- Gli ingressi, rappresentati da frecce che entrano nel rettangolo;
- Le uscite, rappresentate da frecce che escono dal rettangolo;
- Lo stato, rappresentato all'interno del rettangolo.

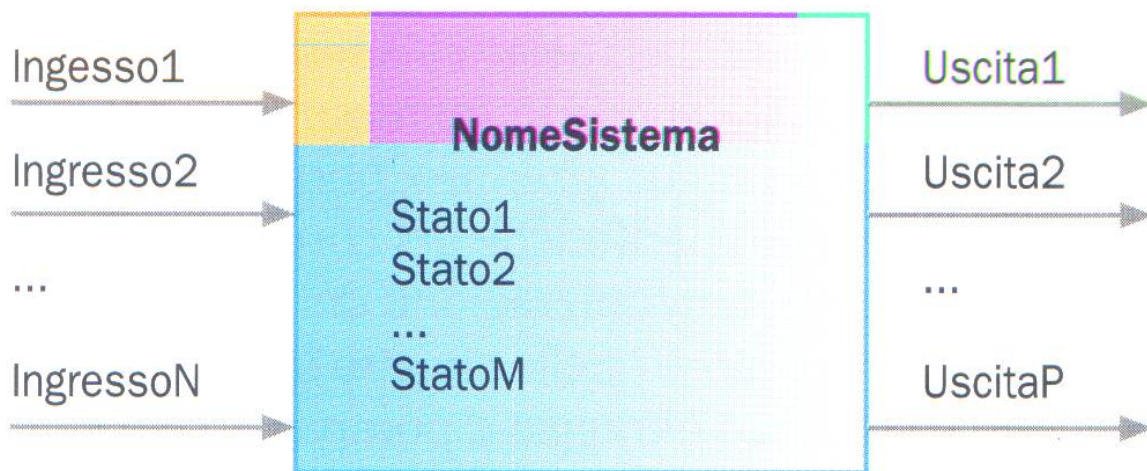


Figura 2.1: Ingressi, stato interno ed uscite per un sistema generico

Se consideriamo, per esempio, il sistema *automobile*, possiamo rappresentarlo col seguente diagramma a blocco:



Figura 2.2: Ingressi, stato interno ed uscite per il sistema automobile

Definizione di Funzione di Trasferimento e di Blocco

Per descrivere il comportamento di un sistema occorre individuare le leggi che legano gli ingressi con le uscite. Tali leggi sono molto spesso complesse formule matematiche. A volte però le **relazioni** tra le variabili o tra le varie parti di un sistema non sono sempre rilevabili e immediatamente esprimibili tramite funzioni matematiche come ad esempio relazioni espresse tramite tabelle di corrispondenza, grafici o altre forme che rendono difficile determinare la relazione matematica esistente.

Un blocco è essenzialmente la rappresentazione grafica di un sistema, rappresentato in figura 2.3, dove la funzione F del sistema, detta **funzione di trasferimento**, esprime il legame fra l'ingresso I del sistema e l'uscita U : $U = F(I)$.

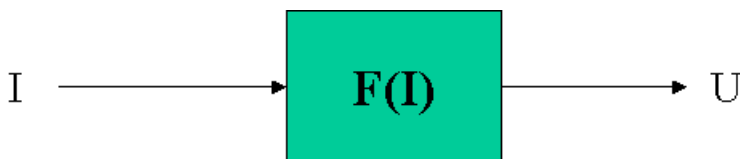


Figura 2.3: la rappresentazione a blocchi.

La funzione indicata in figura 2.3 può essere di qualsiasi tipo, lineare e non. Nella maggior parte dei casi però si usano sistemi lineari e quindi blocchi lineari, in cui la rappresentazione diventa quella di figura 2.4, dove la funzione di trasferimento prende la forma: $U = AI$ ossia l'uscita vale l'ingresso moltiplicato per il coefficiente A

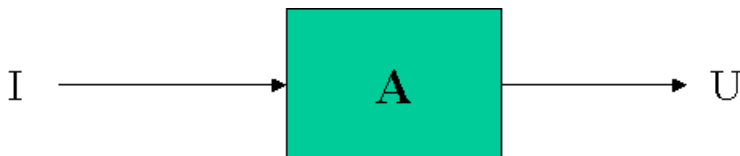


Figura 2.4: la rappresentazione a blocchi lineari.

Funzioni di trasferimento ed evoluzione dei sistemi

Possiamo definire in modo rigoroso le funzioni relative ai sistemi come segue.

- La **funzione di transizione dello stato $f()$** permette di calcolare quale valore assumerà lo stato del sistema $s(t)$ in un generico istante t , in base alla situazione iniziale $s(t_0)$ e a tutti gli ingressi applicati al sistema all'istante iniziale t_0 fino all'istante t , cioè $i(t)$, possiamo esprimerla nel seguente modo:

$$s(t) = f(s(t_0), i(t))$$

- La **funzione di trasformazione delle uscite $g()$** , che ci permette di calcolare quale valore avrà l'uscita $u(t)$ a un generico istante t , conoscendo il valore dello stato e degli ingressi nel medesimo istante, possiamo esprimerla nel seguente modo:

$$u(t) = g(s(t_0), i(t))$$

Un sistema risulta completamente descritto quando si conoscono le sue caratteristiche e il suo comportamento, cioè quando si sa cosa succede in uscita quando si applicano determinati ingressi.

In altre parole quando si conoscono i seguenti insiemi:

Ingressi $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$

Uscite $U = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$

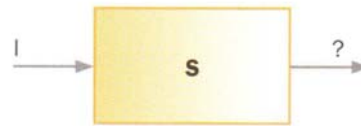
Stati $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$

Funzione di transizione $s(t) = f(s(t_0), i(t))$

Funzione di trasformazione $u(t) = g(s(t_0), i(t))$

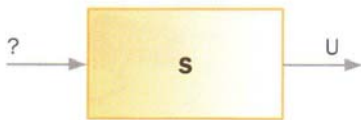
Perché studiare un sistema

A seconda degli schemi illustrati di seguito, il sistema viene studiato per affrontare tre diversi tipi di problemi.



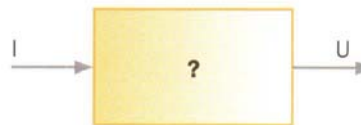
- **Problema della previsione :**

Noti l'ingresso I ed il sistema S si vuole determinare l'uscita U



- **Problema del controllo :**

Noti l'uscita U e il sistema S , si vuole conoscere l'ingresso I . In pratica si vuole sapere quale ingresso deve essere applicato per ottenere una determinata uscita.



- **Problema dell'identificazione :**

Noti l'ingresso I e l'uscita U , si vuole conoscere il sistema S .

Figura 2.5: i tre problemi di studio di un sistema

Nei primi due casi si conosce il comportamento del sistema e quindi la relazione ingresso e uscita, nell'ultimo caso dobbiamo stabilire il comportamento del sistema cioè identificare il sistema stesso.

Esempi di Caratteristiche e comportamento di un sistema

Consideriamo come esempio di sistema una **caffettiera**. Esso è composto dai seguenti elementi:

- Serbatoio per l'acqua
- Filtro
- Guarnizione di tenuta vapore
- Recipiente superiore per il caffè
- Impugnatura

Ingressi: $\{I1, I2, I3,\}$

- I1 = acqua
- I2 = caffè
- I3 = energia termica

Uscite: $\{U1, U2\}$

- U1 = caffè
- U2 = vapore

Stati: $\{S1, S2, S3, S4, S5, S6\}$

- S1 = vuota
- S2 = pronta per l'uso
- S3 = in riscaldamento
- S4 = in ebollizione
- S5 = caffè da versare
- S6 = da risciacquare

Il diagramma a blocchi che rappresenta il sistema caffettiera è:

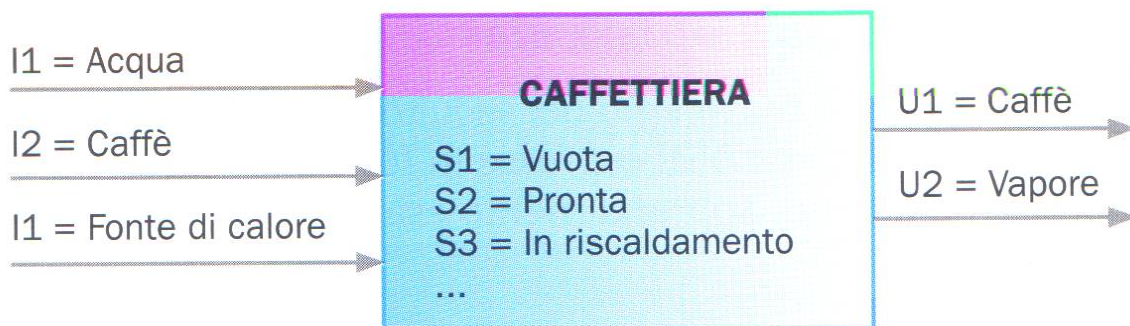


Figura 2.6: rappresentazione del sistema caffettiera

La **funzione di transizione**, che non stiamo a scrivere, deve indicare come la caffettiera passa attraverso i diversi stati: da “vuota” allo stato “pronta”, dallo stato “pronta” allo stato “in riscaldamento” e così via.

La **funzione di trasformazione**, che non stiamo a scrivere, deve indicare come la caffettiera produce in uscita il caffè e il vapore.

Osservazione: in questo esempio non abbiamo considerato particolari ingressi chiamati **disturbi** che potrebbero influenzare il normale funzionamento della caffettiera. Sono da considerare disturbi la temperatura dell’ambiente in cui si prepara il caffè, l’eventuale presenza di vento che potrebbe modificare la resa della fiamma e così via. In generale i disturbi vengono indicati nel diagramma a blocchi con una freccia che entra nel blocco dall’alto.

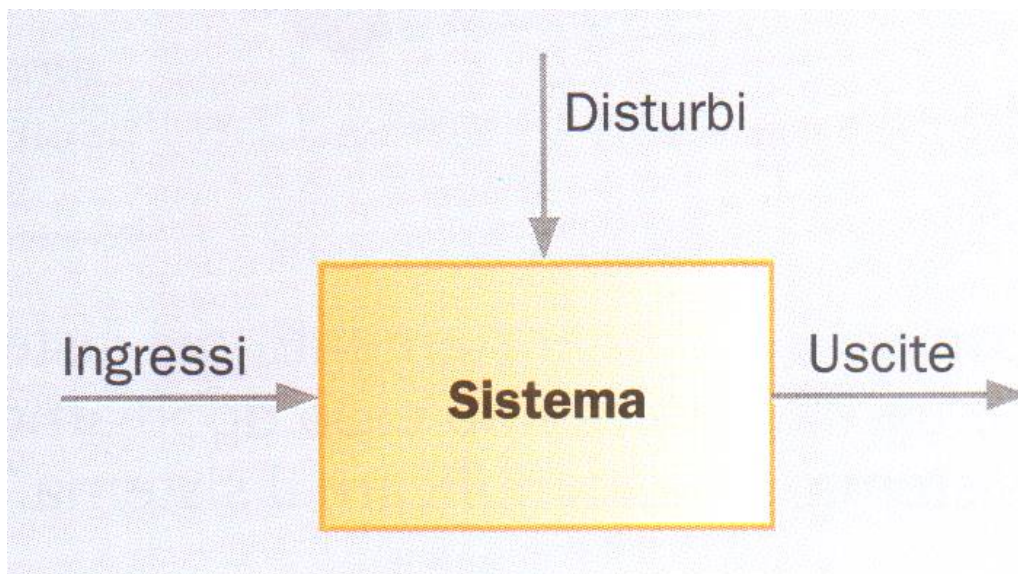


Figura 2.7: il ruolo dei disturbi

Un altro esempio è un **sistema di irrigazione** per giardini che fornisce l’acqua tramite irrigatori a scomparsa nella quantità desiderata dall’utente ad intervalli desiderati. Gli elementi che compongono il sistema sono:

- Ingresso dell’acqua
- Una pompa per aumentare la pressione dell’acqua
- Centralina elettronica di comando
- Valvola di apertura e chiusura flusso acqua
- Tubazioni di collegamento degli irrigatori
- Irrigatori

Descrizione del sistema:

L’acqua, dalla tubazione principale entra nella pompa e successivamente nella centralina elettronica a sua volta collegata per mezzo di una valvola agli irrigatori tramite tubazioni secondarie. In base alle impostazioni fatte sulla centralina da parte dell’utente è possibile aprire la valvola ad intervalli desiderati e per tempi desiderati a seconda del grado di umidità che si intende avere nel terreno.

Ingressi: $\{I1, I2,\}$

- I1 = acqua
- I2 = impostazioni centralina

Uscite: $\{U1\}$

- U1 = umidità del terreno

Stati: $\{S1, S2, S3\}$

- S1 = spento
- S2 = in azione
- S3 = in pausa

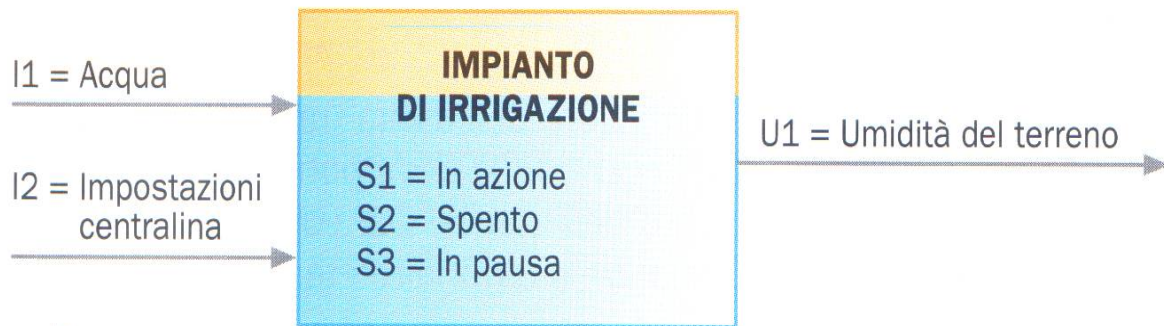


Figura 2.8: il sistema impianto di irrigazione

La **funzione di transizione**, che non stiamo a scrivere, deve indicare come l'impianto di irrigazione passa dallo stato "spento" allo stato "in azione", dallo stato "in azione" allo stato "in pausa" e così via.

La **funzione di trasformazione**, che non stiamo a scrivere, deve indicare come fa il sistema a produrre in uscita un'umidità sufficiente alla sopravvivenza della flora.

Uso degli schemi a blocchi per l'analisi di un sistema

Gli schemi a blocchi funzionali sono una rappresentazione grafica del modello matematico di un sistema fisico. Un sistema, quindi può essere rappresentato con una serie di blocchi funzionali la cui struttura può essere più o meno complessa. Con opportuni operazioni basate sull'algebra degli schemi a blocchi si può ridurre lo schema del sistema ad un unico blocco equivalente che rappresenta la funzione di trasferimento del sistema. I simboli e le configurazioni utilizzati negli schemi a blocchi sono i seguenti, con accanto la relativa funzione matematica associata.

Nodo sommatore

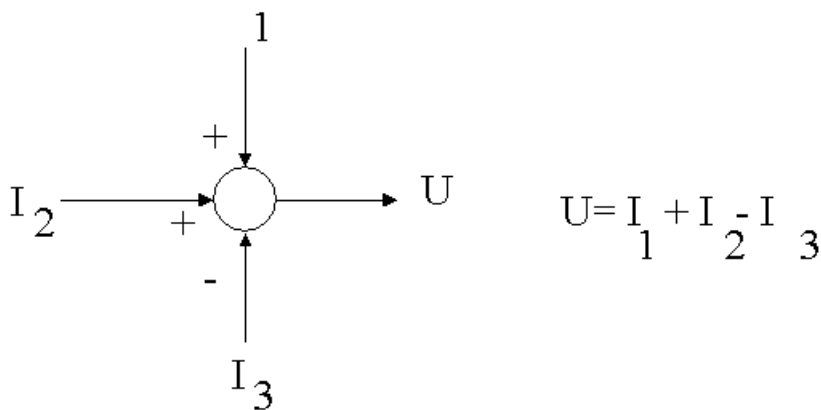


Figura 2.9: il nodo sommatore; i segni con cui i vari rami contribuiscono all'uscita sono indicati graficamente accanto ai rami stessi.

Nodo derivatore o punto di diramazione

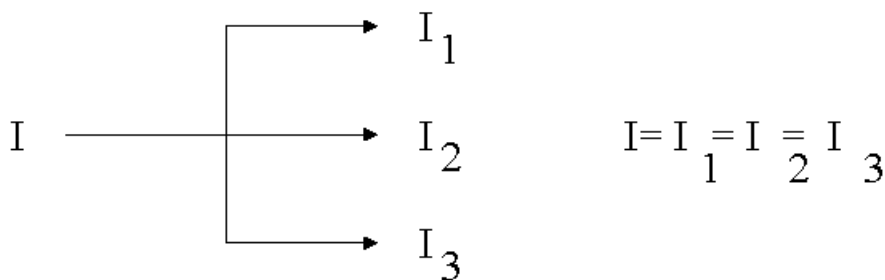
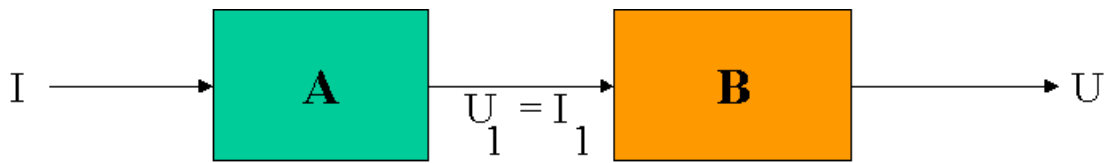


Figura 2.10: il nodo derivatore; si noti che, a differenza delle correnti, qui tutti i valori in uscita sono uguali fra loro.

Blocchi in cascata o in serie



$$U = BI_1 = ABI$$

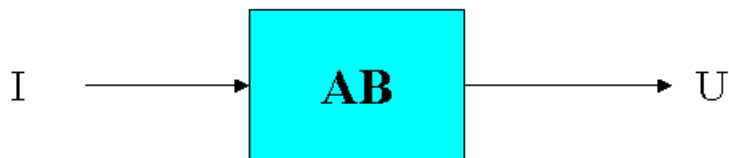
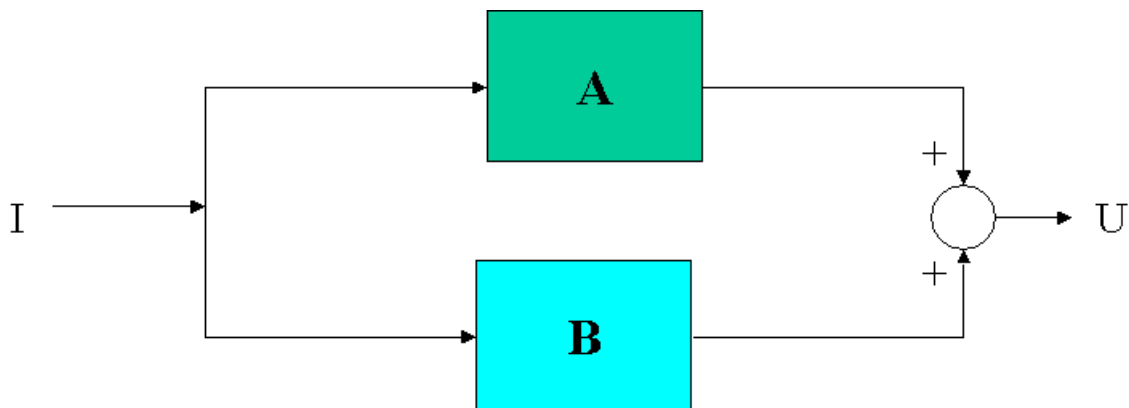


Figura 2.11: due blocchi in cascata sono equivalenti a un blocco con funzione di trasferimento data dal prodotto delle singole funzioni.

Blocchi in parallelo



$$U = AI + BI = (A+B)I$$

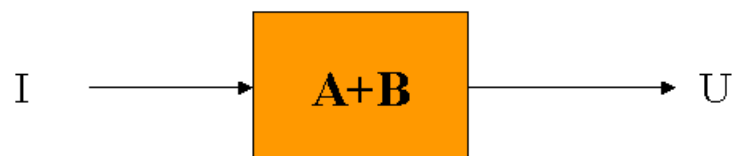
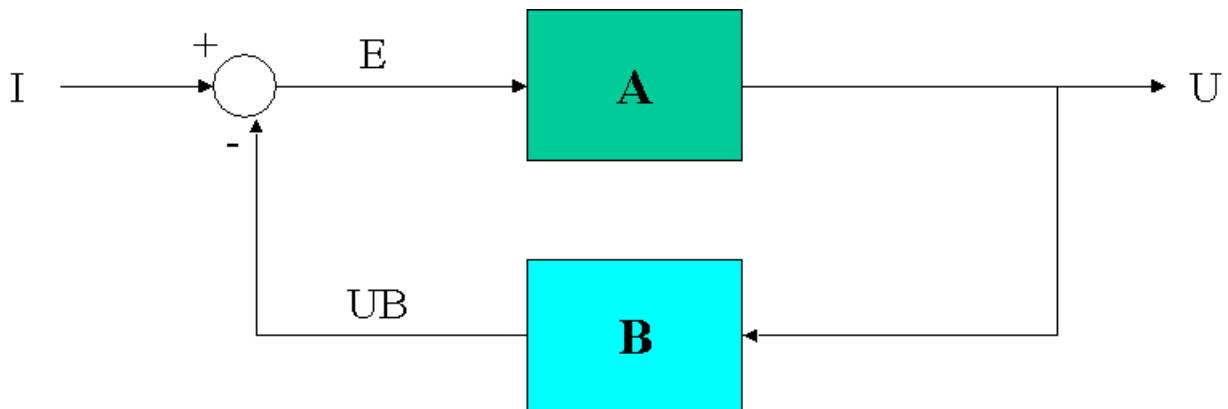


Figura 2.12: due blocchi in parallelo sono equivalenti a un blocco con funzione di trasferimento data dalla somma delle singole funzioni.

Blocchi in retroazione



$$E = I - BU$$

$$U = EA = (I - BU)A = AI - ABU$$

$$U + ABU = AI$$

$$U(1 + AB) = AI$$

$$U = AI/(1 + AB)$$

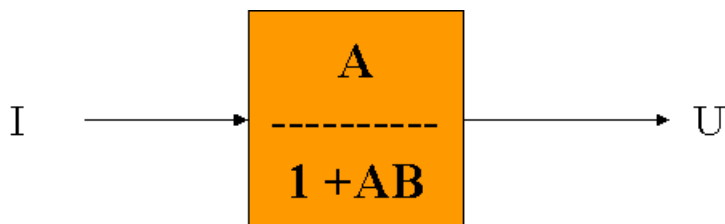


Figura 2.13: due blocchi in retroazione sono equivalenti a un blocco con funzione di trasferimento data dalla formula. NOTA: il segno al denominatore dipende dal segno della retroazione, se questa è negativa, come in figura, esso è positivo, se questa è positiva, esso è negativo (regola pratica: invertire il segno della retroazione).

Operazioni di algebra dei blocchi

Spostamento di un nodo derivatore

Nella semplificazione di uno schema a blocchi complesso si può avere la necessità di spostare un punto di diramazione in avanti o indietro. Queste operazioni non devono in alcun modo interferire con l'uscita, il che significa che devono essere inseriti opportuni correttivi come mostrato sotto.

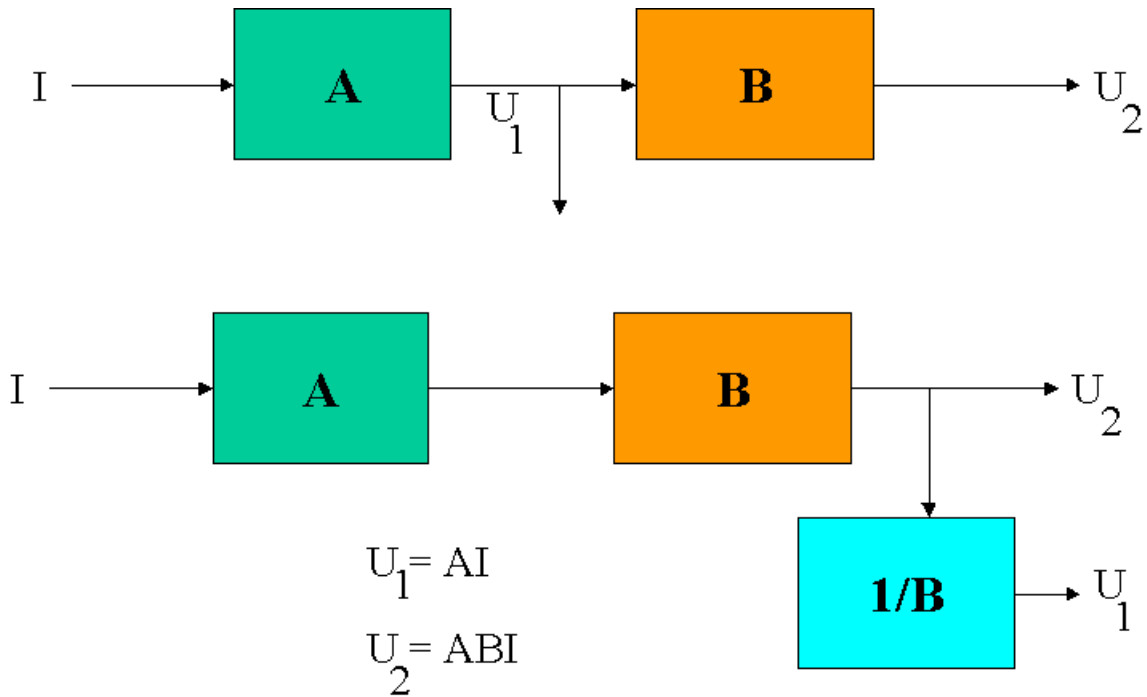


Figura 2.14: spostamento in avanti di un nodo derivatore, le uscite rimangono invariate

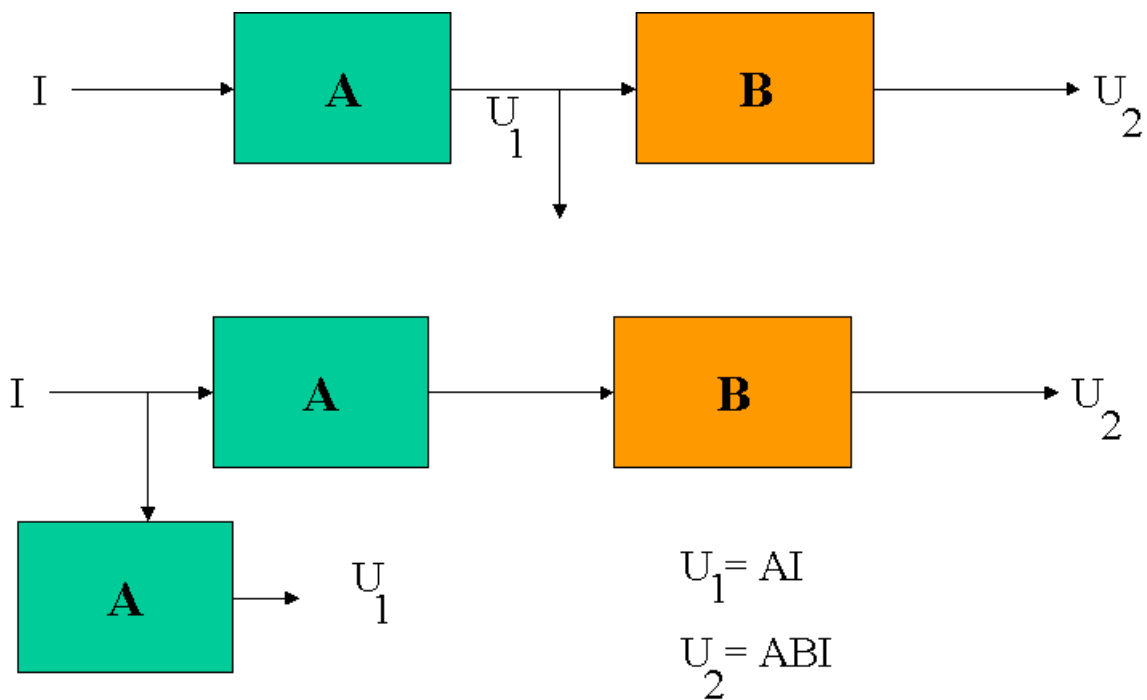
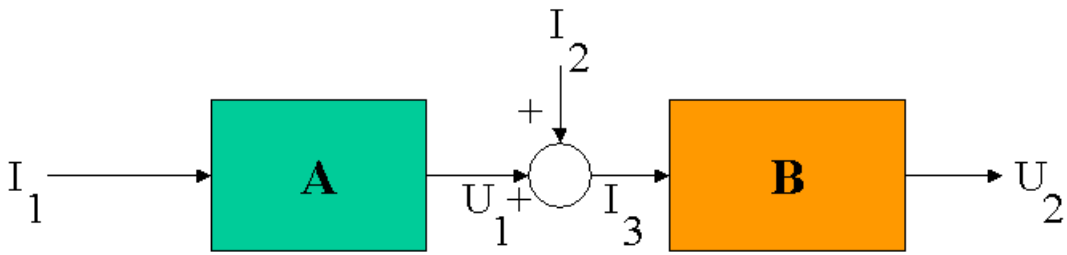


Figura 2.15: spostamento all'indietro di un nodo derivatore, le uscite rimangono invariate.

Spostamento di un nodo sommatore

Come nel caso precedente, anche per i nodi sommatore, a volte, è necessario effettuare uno spostamento in avanti o all'indietro al fine della semplificazione dello schema a blocchi generale. Queste operazioni non devono in alcun modo alterare l'uscita o le uscite del sistema.



$$U_1 = AI_1$$

$$U_2 = B(U_1 + I_2) = \mathbf{B(AI_1 + I_2)}$$

Figura 2.10: la configurazione iniziale, con un nodo sommatore in mezzo a due blocchi. L'uscita complessiva del sistema (U_2) è espressa dalla formula.

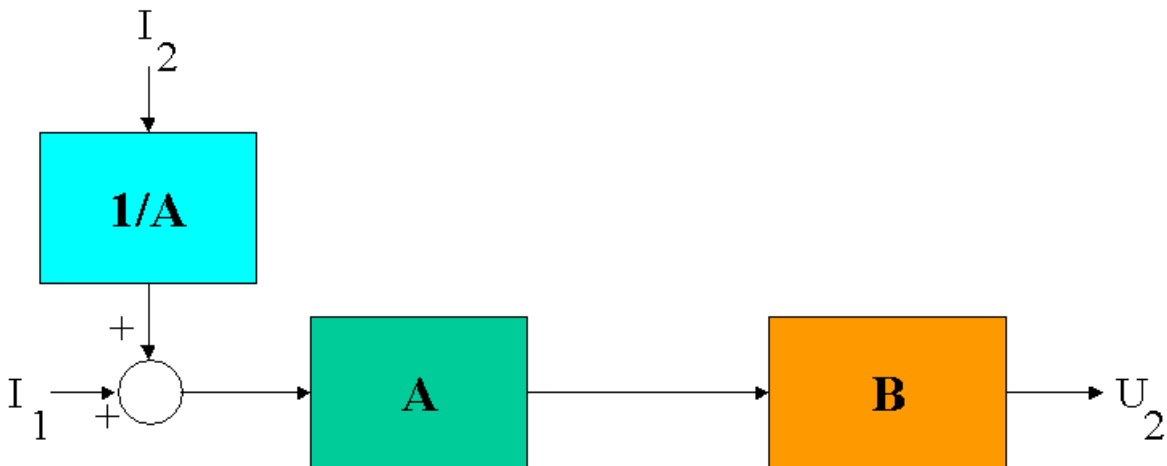


Figura 2.16: spostamento all'indietro (prima del blocco A) del nodo sommatore nella configurazione di figura 10.

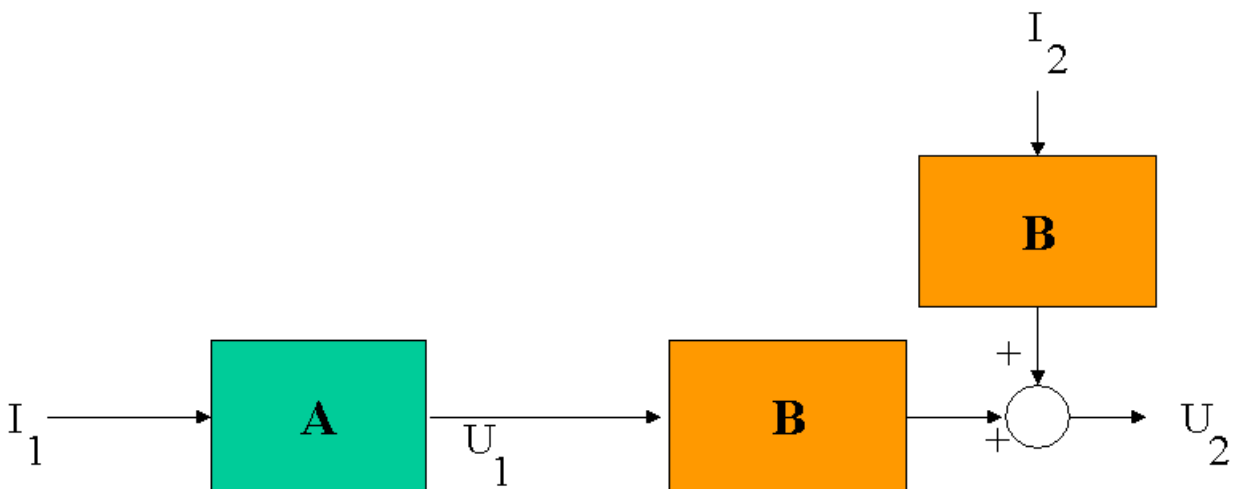


Figura 2.17: spostamento in avanti (dopo il blocco B) del nodo sommatore nella configurazione di figura 10.

SISTEMI E CONTROLLI

Il controllo e la regolazione

I concetti di regolazione e di retroazione sono strettamente legati al controllo. Per fare un esempio, consideriamo il sistema di riscaldamento di un appartamento che ha il termostato regolato su 22 °C: quando l'ambiente ha superato la temperatura prestabilita di 2 °C, la caldaia si spegne automaticamente, e quando, dopo un po', la temperatura scende di due sotto i 22 °C la caldaia si riaccende. Se la temperatura rilevata all'interno dell'appartamento resta in questo intervallo di quattro gradi, la caldaia resta accesa.

Si deduce che ci deve essere un meccanismo che rileva il valore della temperatura (l'uscita del sistema) e, in base a questo, prende una decisione e agisce sul sistema "caldaia". Se la temperatura rilevata è troppo alta, in ingresso si agisce sul gas, riducendo le fiammelle della caldaia. Se la temperatura rilevata è troppo bassa, si agisce sempre sul flusso di gas, questa volta per aumentarlo.

Per **controllo di un processo** si intende **l'insieme di azioni che tendono a governare il comportamento del sistema controllato in modo che venga raggiunto l'obiettivo anche in presenza di disturbi esterni.**

In altre parole, il sistema controllore dovrà produrre valori in uscita che serviranno a mantenere una certa relazione tra ingressi e risposte, anche se nel sistema intervengono disturbi esterni o fattori di deterioramento.

Possiamo distinguere fondamentalmente due tipi di sistemi di controllo:

- sistemi a catena aperta;
- sistemi a catena chiusa.

Diciamo subito che, tra i due, i sistemi a catena chiusa (con retroazione, per intenderci) consentono di tenere sotto controllo l'evoluzione del sistema in maniera più affidabile e con un maggior margine di precisione.

Sistema a catena aperta

Il sistema a catena aperta è costituito semplicemente da un blocco che effettua il controllo sulla grandezza in ingresso e produce un valore in uscita, come mostrato in figura 3.1: qualsiasi disturbo o evento non previsto deve essere risolto all'interno del blocco stesso.



Figura 3.1: sistema in catena aperta

Poiché il sistema non ha la capacità di adattare le proprie reazioni e il successivo comportamento ai nuovi eventi, questo tipo di architettura può funzionare quando la grandezza da controllare non ha bisogno di garantire dei margini molto bassi di errore per un corretto funzionamento, oppure se si è sicuri che l'errore rimarrà praticamente costante. Se si suppone che non esistano variazioni dell'influenza del disturbo sul comportamento del sistema controllato, allora si può dire che il sistema a catena aperta offre prestazioni

equivalenti al sistema a catena chiusa; in caso contrario, le prestazioni di un sistema controllore che realizzi una catena chiusa sono decisamente superiori.

In altre parole, un sistema a catena aperta è senza memoria: se si verifica la necessità di modificare la sequenza dei valori immessi in ingresso, è necessario l'intervento di un elemento esterno (generalmente un uomo che controlla l'andamento) che corregga il tiro.

Per questi motivi, l'uso di un sistema a catena aperta in ambito di automazione industriale ha scarsa applicazione.

Prendiamo come esempio di catena aperta il sistema di condizionamento della temperatura. La posizione della manopola di regolazione della temperatura (il valore in ingresso al sistema), poiché non ha la possibilità di essere corretta, deve garantire che la temperatura selezionata venga mantenuta nel tempo. Ovviamente, la temperatura dell'ambiente non sarà esattamente quella selezionata: molti fattori ambientali possono causare variazioni anche notevoli. Nel caso in cui il valore rilevato nell'ambiente si discosti molto da quello selezionato è necessario un intervento diretto dell'uomo che dovrà agire nuovamente sulla manopola. In un sistema a catena aperta, perciò, il fattore temporale è piuttosto rilevante.

L'intervento che nell'esempio precedente viene fatto dall'uomo per riportare l'andamento del sistema verso valori desiderati, nei sistemi a catena chiusa viene svolto in maniera automatica da un sistema che ha lo scopo specifico di effettuare un controllo dell'andamento.

Sistemi a catena chiusa

Nei sistemi a catena chiusa come potete vedere anche dalla figura 3.2, il controllo è effettuato dal sistema in retroazione mediante il calcolo dello scarto tra il segnale acquisito in uscita (valore di riferimento) e il valore posto in ingresso al sistema. Questo scarto consente di definire un eventuale margine di scostamento del comportamento del sistema da quello desiderato.

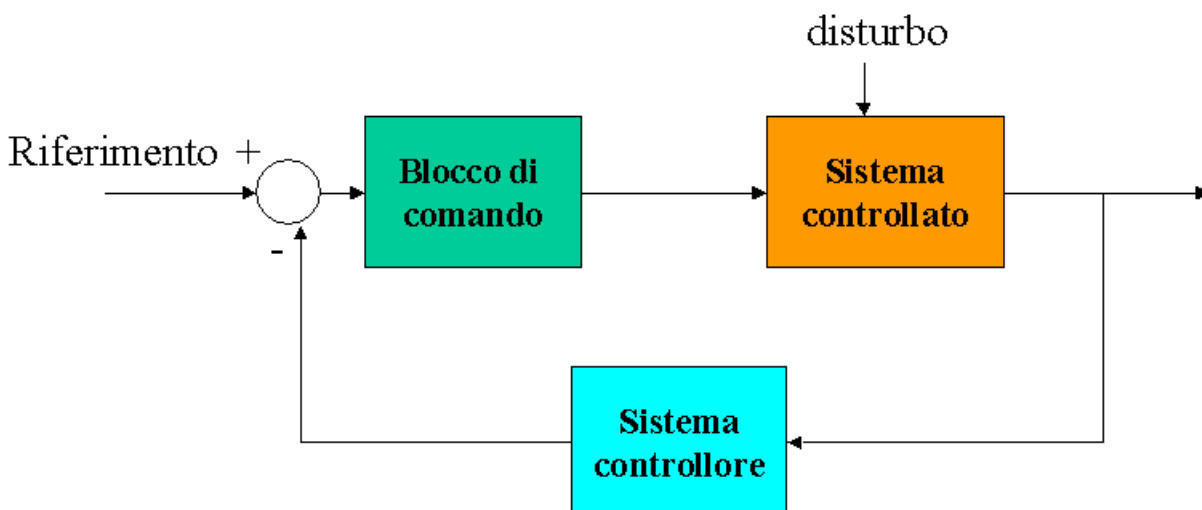


Figura 3.2: Sistema in catena chiusa

L'esigenza di avere un controllore deriva sostanzialmente dalla presenza di disturbi che rendono necessaria la correzione del comportamento del sistema stesso. Le indicazioni fornite dal sistema controllore e reinserite in ingresso mediante il blocco sommatore in genere non vanno imposte immediatamente in ingresso nel sistema controllato, ma

finiscono in ingresso in un altro blocco, che fisicamente esegue le azioni (i comandi) per la correzione dell'andamento del sistema. Questo blocco ha spesso necessità di esistere, in quanto la natura fisica del segnale in ingresso non sempre è direttamente compatibile con il sistema da controllare: per esempio, un segnale di natura elettrica che deve essere tradotto in un'azione di natura meccanica.

I sistemi di controllo a catena chiusa possono essere classificati nel modo seguente:

- **regolatori**: l'uscita del sistema deve essere mantenuta costante (per esempio il termostato);
- **servosistemi**: l'uscita del sistema deve seguire nel tempo delle evoluzioni predeterminate; nel caso di grandezze di natura cinematica, il servosistema prende il nome di *servomeccanismo*.

Il forno è un tipico sistema di regolazione: la temperatura impostata deve essere mantenuta costante mediante un meccanismo che ne rilevi il valore tramite un termostato.

Applicazione di controllo in catena aperta e chiusa

Se consideriamo l'esempio del sistema di irrigazione visto precedentemente, gli elementi che costituiscono il sistema possono essere collegati tra di loro formando una catena con una ben definita direzionalità delle azioni di essi rappresentate dal seguente schema:

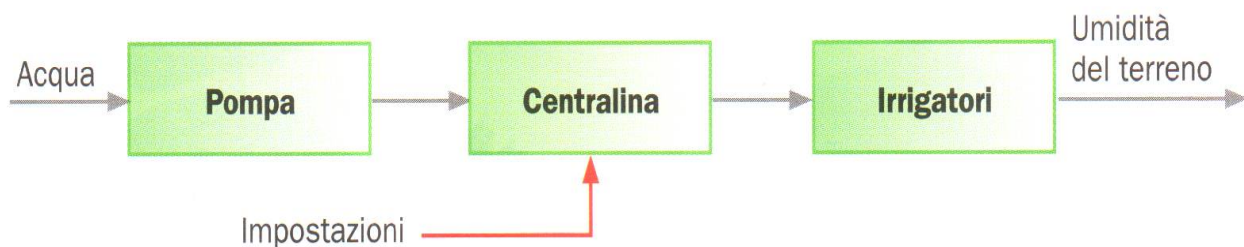


Figura 3.3: Sistema irrigatore in catena aperta

Questa catena è detta **catena aperta** poiché vi è un inizio e una fine; all'inizio della catena c'è l'ingresso del sistema (acqua), alla fine come uscita troviamo l'umidità del terreno. In un sistema come questo però, se l'uscita non è quella desiderata, per una di motivi (*disturbi*) come ad esempio il caldo eccessivo, il vento forte ecc., il sistema non riesce in alcun modo ad accorgersi dell'errore e quindi non può effettuare delle modifiche sull'ingresso. In un sistema come questo si ha la garanzia dei risultati solamente se si effettuano corrette impostazioni iniziali e si ha la totale assenza di disturbi. Sistemi come questo, trovano impiego quando il funzionamento è abbastanza prevedibile o la precisione dei valori in uscita non è così determinante. Per ovviare a questo inconveniente, è possibile controllare i valori dell'uscita in modo da modificare opportunamente l'ingresso del sistema. Si ricorre in tal caso ad un **sistema (di controllo) a catena chiusa**. Se nel nostro sistema di irrigazione immaginiamo di utilizzare un sensore di umidità posizionato nel terreno, potremmo conoscere istante per istante il valore di umidità. Supponiamo di potere utilizzare questa informazione per modificare le impostazioni della centralina, come ad esempio aprire la valvola per un tempo più o meno lungo al fine di mantenere l'umidità ad un livello costante, lo schema del sistema a catena chiusa sarà:

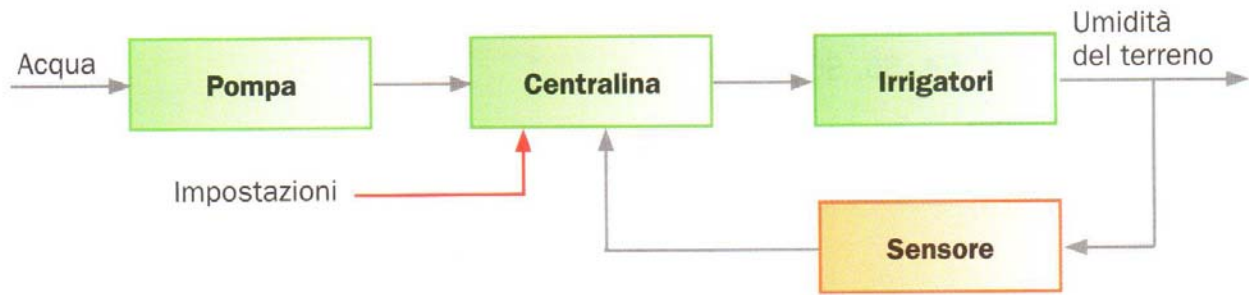


Figura 3.4: Sistema irrigatore in catena chiusa

Come si può vedere il sensore riporta il valore dell'umidità alla centralina che lo confronterà con un valore di riferimento, impostato dall'utente. Essa deciderà se è il caso di aumentare o diminuire il tempo di irrigazione.

Il ramo di ritorno della uscita alla centralina viene chiamato ramo di retroazione o di feed-back. Il sistema così costituito si dice retroazionato e l'insieme delle due linee costituisce l'anello di regolazione.

Più in generale possiamo descrivere un sistema di controllo come un insieme di sottosistemi che si vanno ad aggiungere al sistema analizzato secondo il seguente schema:

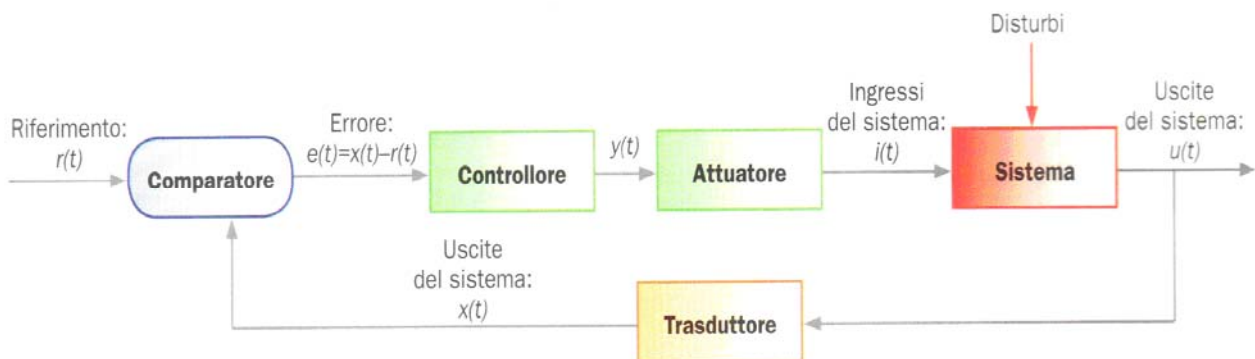


Figura 3.5: Sistema generale in catena chiusa

- **Riferimento:** $r(t)$ è il segnale che corrisponde all'uscita che si desidera ottenere dal sistema
- **Comparatore:** è il sottosistema che confronta il segnale di riferimento con quello in uscita del sistema restituendo un valore $e(t)$ detto errore che misura quanto l'uscita si discosta dal valore di riferimento cioè quello desiderato.
- **Controllore:** è il sottosistema che in base all'errore $e(t)$ elabora un valore $y(t)$ corrispondente all'ingresso del sistema da controllare.
- **Attuatore:** è il sottosistema che trasforma e amplifica il segnale $y(t)$ in modo da generare un'opportuna sollecitazione $i(t)$ al sistema. In genere gli attuatori trasformano i segnali ad essi applicati in azioni meccaniche. Esempi di attuatori sono le valvole, gli elettromagneti, che convertono un segnale elettrico in una traslazione o in una rotazione di un nucleo ferromagnetico, i relè ecc.

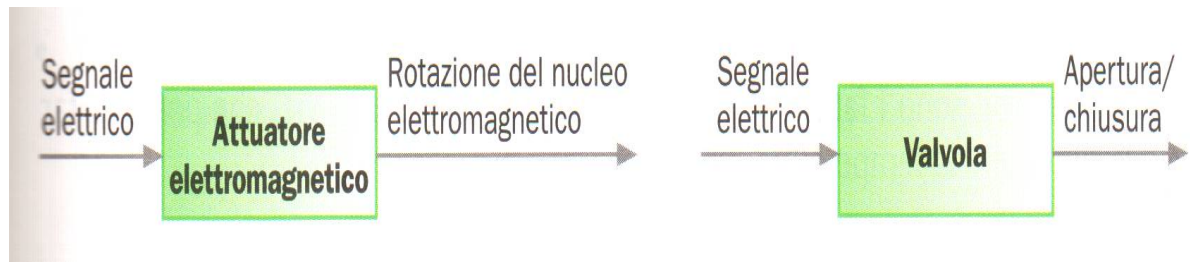


Figura 3.6: Attuatore

- **Sistema** : è il sistema che stiamo analizzando e che vogliamo controllare. Il valore della grandezza controllata in uscita $u(t)$ deve essere misurato e condizionato (trasformato) poiché in genere si tratta di grandezza diversa da quella in ingresso al comparatore.
- **Trasduttore**: è il sottosistema che trasforma la grandezza d'uscita in un segnale $x(t)$ compatibile con quello del comparatore che lo confronterà per valutare gli opportuni interventi di correzione. In generale possiamo dire che i trasduttori sono dispositivi capaci di convertire determinate grandezze, di solito fisiche, in altrettante di tipo elettrico. Esempi di trasduttori sono il microfono, il pressostato, l'accelerometro, i trasduttori di temperatura ecc.

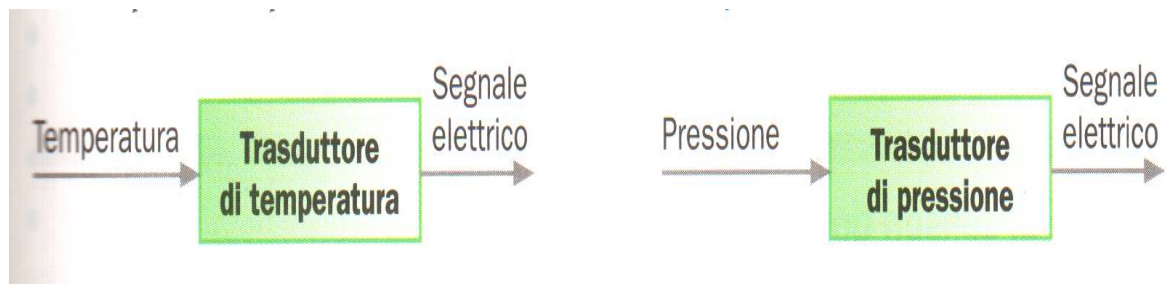


Figura 3.7: Sensore e trasduttore

Spesso in luogo di trasduttore si usa il termine **sensore** che si differenzia per il fatto che quest'ultimo è pensato come semplice rivelatore della presenza o assenza di una determinata grandezza fisica, come ad esempio il sensore di gas, di infrarossi ecc.

- **Disturbi**: sono fenomeni indesiderati che alterano il corretto funzionamento del sistema.

Ruolo di Ingressi e disturbi

Gli **ingressi** del sistema sono le sollecitazioni che il sistema riceve dal mondo esterno e sono in genere controllabili e prevedibili da chi studia il sistema. I **disturbi**, invece, sono fenomeni aleatori cioè casuali, imprevedibili di cui non si conosce a priori né l'ampiezza né l'istante della comparsa ed alterano il corretto funzionamento del sistema, impedendo una previsione sicura dell'uscita.

Esempi di sistemi di controllo a catena aperta e a catena chiusa

Il forno a gas

In questo sistema, la temperatura viene raggiunta e mantenuta modulando la fiamma di un bruciatore attraverso l'aumento o la diminuzione dell'apertura di una valvola per il gas. All'inizio la valvola è tutta aperta, quindi la temperatura (l'uscita) tende ad aumentare. Quando il valore si avvicina a quello prestabilito (temperatura di riferimento), l'errore tende a diminuire così come la portata del gas ottenendo il corretto mantenimento della temperatura desiderata.

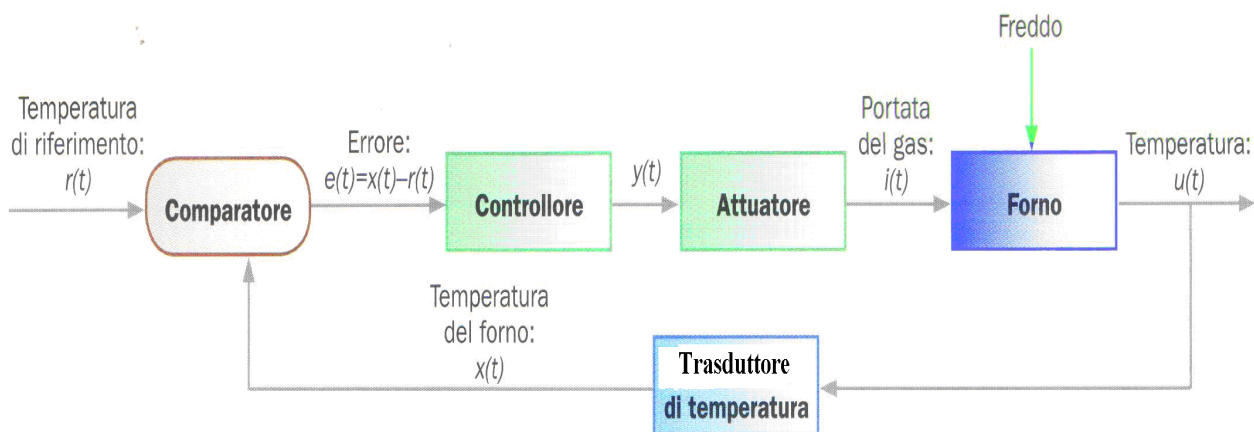


Figura 3.8: Sistema Forno in catena chiusa

- **Riferimento:** è la temperatura che si vuole mantenere costante;
- **Comparatore:** confronta la temperatura di riferimento con quella in uscita dal trasduttore;
- **Controllore:** in base all'errore $e(t)$ (che deve tendere a zero) fornisce un valore $y(t)$ che corrisponde all'ingresso dell'attuatore;
- **Attuatore:** fa aumentare o diminuire la portata del gas per aumentare o diminuire la temperatura;
- **Sistema:** è il forno
- **Trasduttore:** è il dispositivo che converte la grandezza fisica temperatura in una grandezza elettrica necessaria al comparatore;
- **Disturbi:** sono i fattori ambientali (freddo, caldo, vento ecc.) che tendono a modificare la temperatura del forno.

Esempi di sensori e trasduttori domestici

- Nel forno a microonde sono presenti sensori di umidità.
- Nei fornelli a gas sono presenti sensori di temperatura che rilevano lo spegnimento involontario della fiamma.
- Nella lavatrice sono presenti sensori di livello, di pressione, trasduttori di velocità di rotazione del cestello, trasduttori di trasparenza dell'acqua.
- Nel frigorifero sono presenti sensori di temperatura, di formazione ghiaccio, di porta aperta.

Esempi di attuatori

- Motori elettrici
- Pistoni idraulici
- Relè
- Nell'uomo: braccia, mani, dita, gambe.

Il pilota automatico

In questo caso il sistema deve mantenere costante una velocità impostata.

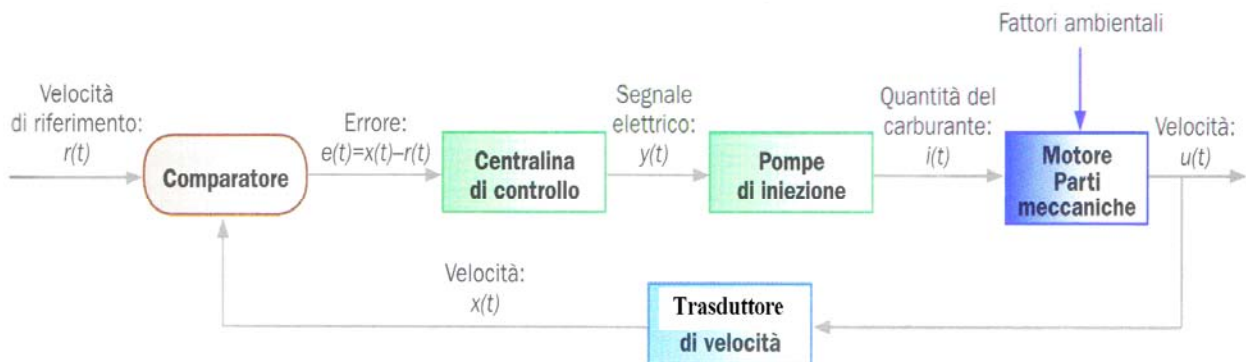


Figura 3.9: Sistema pilota automatico in catena chiusa

- **Riferimento:** è la velocità che si vuole mantenere costante;
- **Comparatore:** confronta la velocità effettiva misurata alle ruote dal trasduttore con quella di riferimento impostata;
- **Controllore:** centralina di controllo che in base all'errore $e(t)$ (che deve tendere a zero) fornisce un valore $y(t)$ che corrisponde alla quantità di carburante da inviare agli iniettori;
- **Attuatore:** pompa di iniezione che fa aumentare o diminuire il flusso di combustibile in base alla velocità;
- **Sistema:** è il motore dell'automobile e dalle parti meccaniche che consentono il moto (ruote, differenziali, semiassi ecc.);
- **Trasduttore:** è il dispositivo che converte la grandezza fisica numero di giri di una ruota in una grandezza elettrica necessaria al comparatore;
- **Disturbi:** sono i fattori ambientali che possono fare diminuire la velocità dell'automobile (attrito, vento, salite ecc.) oppure aumentarla (discese).

Altri esempi di sistemi di controllo

I sistemi di controllo sono presenti nella vita di tutti i giorni e nei campi più disparati. Vediamone alcuni esempi:

Sistemi di controllo biologici senza i quali la vita non sarebbe possibile:

- Pressione del sangue
- Volume ematico

- Temperatura corporea
- Livello di glucosio
- Livello di ormoni ecc.

Sistemi di controllo meccanici

- Termostato
- Sistemi di raffreddamento in genere
- Controllo dei livelli di liquidi in genere
- Controllo della luminosità stradale

Sistemi di controllo ecologici

- catena alimentare

Sistemi di controllo sociali

- Istruzione

CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI

Definizioni importanti per la classificazione dei sistemi

Dato che i sistemi possono essere osservati sotto diversi punti di vista, non è possibile definire un unico tipo di classificazione da utilizzarsi in tutti i contesti possibili, comunque proviamo a vedere una possibile classificazione:

Un sistema si dice *invariante* o *stazionario*, se risponde sempre allo stesso modo quando viene sollecitato dagli stessi ingressi in istanti diversi. Si dice invece *variante* o *deteriorabile* se risponde diversamente in istanti diversi quando è sollecitato con gli stessi ingressi.

Un esempio di sistema variante è un missile che viaggia dalla terra alla luna consumando combustibile solido. Il suo moto cambia per effetto della diminuzione della massa nel tempo dovuta al consumo di carburante. Un sistema distributore di lattine è invariante; infatti esso risponde allo stesso modo in istanti diversi.

Tutte le variabili che descrivono un sistema, le funzioni di trasformazione e transizione, possono essere di natura **discreta** o **continua**.

Una variabile si dice *continua* quando, scelto un intervallo possibile di valori che appartengono al suo *dominio di esistenza* D , la variabile può assumere tutti gli infiniti valori compresi tra gli estremi di tale intervallo; diremo invece che la variabile è *discreta* quando può assumere solo un numero finito di valori.

Un esempio di variabile continua può essere il **peso**; infatti una persona non pesa 64 o 65 Kg, ma il suo peso può assumere uno degli infiniti valori compresi tra 64 e 65 considerando come dominio di esistenza $D = [0,200]$ ammettendo come peso massimo per una persona 200 Kg. La variabile **pulsante** è invece sicuramente discreta, infatti essa potrà assumere soltanto due valori: acceso o spento. In questo caso il dominio di esistenza vale $D = [acceso, spento]$.

Un insieme di variabili si dice *discreto* quando ciascun elemento dell'insieme è discreto, si dice *continuo* quando anche solo un elemento è continuo.

Una funzione è *continua* quando la legge che lega la variabile dipendente (Y) a quella indipendente (X) è continua, mentre si dice *discreta* quando il suo codominio è discreto.

Per esempio la funzione $f(x)=2x$ è continua, mentre la funzione segno non lo è, infatti $segno(x)$ è uguale a $[+, -]$ per ogni x .

I sistemi continui e discreti si differenziano ulteriormente come segue:

- **Sistema discreto nell'avanzamento:** quando è discreto l'insieme dei tempi, cioè il sistema può essere analizzato in precisi istanti di tempo come ad esempio una sequenza cinematografica che è costituita da tanti fotogrammi acquisiti in intervalli di tempo regolari e l'insieme dei tempi è quindi composto solo da istanti. Il riempimento di una vasca è invece considerato continuo nell'avanzamento poiché

le variabili si evolvono con continuità non avendo senso analizzarle soltanto ad istanti prestabiliti. Il sistema calcolatore è invece discreto nell'avanzamento, poiché tutte le operazioni vengono effettuate ad intervalli prestabiliti dal clock.

- **Sistema discreto nelle sollecitazioni:** quando è discreto l'insieme dei possibili valori degli ingressi. Il sistema distributore di lattine è discreto nelle sollecitazioni, infatti l'insieme dei possibili valori di ingresso sono le monete che si possono inserire (1€, 2€) che sono in numero finito.
- **Sistema discreto nelle interazioni:** quando la funzione di transizione e quella di trasformazione sono discrete. Per esempio un sistema orologio digitale è discreto nelle interazioni (lo è la sua funzione di trasformazione). Infatti il sistema mostrerà in uscita una serie di valori discreti, per esempio uno ogni minuto. Un orologio classico a lancette, invece, può essere considerato continuo nelle interazioni se pensiamo che la lancetta dei minuti passa con continuità dalla posizione relativa ad un minuto a quella relativa al minuto successivo; il dominio relativo alla funzione di trasformazione è l'intervallo continuo $[0,59]$. Il sistema costituito da una barra di metallo sottoposta a calore è continuo nelle interazioni, poiché la quantità di calore con cui si sollecita la barra varia in modo continuo e non può passare da un valore discreto ad un altro.

Un sistema si dice *dinamico* quando la sua configurazione (ossia l'insieme di variabili che descrivono lo stato del sistema) varia nel tempo; si dice *statico* in caso contrario.

Un sistema si dice *deterministico* quando le funzioni di transizione e di trasformazione sono definite in modo da permettere la determinazione del valore dello stato e delle uscite in modo univoco. Si dice *stocastico* quando una delle due funzioni è regolata a legami di natura probabilistica.

Per esempio, il sistema di irrigazione visto nelle lezioni precedenti, è sicuramente **deterministico**: ogni volta che la centralina dà il consenso, gli irrigatori spruzzano acqua. La luminosità di una stanza (misurata in Lumen) effettuata alle ore 10 del mattino ogni giorno, sarà sicuramente **stocastica**, poiché dipende dalle stagioni e dalle condizioni atmosferiche che sono di tipo probabilistico.

Un sistema si dice *combinatorio* se le uscite in un certo istante, dipendono esclusivamente dai valori presenti agli ingressi nel medesimo istante. Si dice *sequenziale* quando le uscite dipendono non solo dai valori degli ingressi in quel istante, ma anche dai valori assunti in precedenza dagli ingressi. Si può dire che un sistema in cui non è necessario introdurre la variabile di stato (senza memoria, e quindi senza funzione di transizione) è di tipo combinatorio.

Come esempio di sistema combinatorio possiamo pensare ad una **calcolatrice** semplice; se come ingressi digitiamo due numeri e una operazione, il dispositivo calcolerà la somma, la differenza o un'altra operazione. L'uscita (il risultato) dipende unicamente dal valore degli ingressi e dalla funzione scelta. E' invece da considerarsi sequenziale il sistema **distributore automatico di bibite** in cui le uscite, a seguito dell'inserimento di una moneta, dipendono anche dalle monete inserite precedentemente.

Un esempio di servosistema, invece, è un amplificatore che trasforma la natura del segnale elettrico, mantenendone, però, il tipo di andamento: il segnale viene modificato in uno dei suoi parametri ma mantiene le caratteristiche fondamentali. Servomeccanismi sono il servosterzo, il servofreno, il sistema di trasmissione delle automobili in generale oppure il timone di una nave.

I problemi che devono essere previsti in fase di progettazione di un sistema di controllo sono sostanzialmente:

- **disturbi imprevedibili** imputabili a cause esterne;
- **disturbi derivanti da variazioni** dei parametri e imputabili all'invecchiamento dei dispositivi (generalmente, i sistemi teorici sono considerati invariati; nella realtà, però, il fenomeno va considerato);
- **il tempo di ritardo** della risposta dal momento della sollecitazione in ingresso.

Un buon sistema di controllo, quindi, dovrà rispondere in tempi rapidi, con un basso margine di errore calcolato all'ingresso di ogni retroazione, rilevando e reagendo agli eventuali disturbi in breve tempo.

Facciamo ancora alcune considerazioni sulla retroazione. Il controllo, come si può immaginare, prevede sempre una retroazione negativa, in quanto il nostro obiettivo è di oscillare, il più vicino possibile, intorno al valore di riferimento, operando continue correzioni in eccesso oppure in difetto.

La retroazione positiva fa sì che l'uscita vada ad aggiungersi al valore di riferimento; quindi useremo una retroazione di tipo positivo quando il nostro obiettivo sarà di regolazione della crescita, piuttosto che di controllo. Pertanto, se il nostro obiettivo sarà di fare descrivere al segnale una curva di valori di un certo tipo, anziché di raggiungere un valore preciso di riferimento, potremo utilizzare una retroazione positiva.

Stabilità dei sistemi

Per potere comprendere i concetti relativi alla stabilità dei sistemi occorre definire alcuni concetti di base.

Tipi di ingressi

Solitamente un ingresso si può suddividere fra le categorie riportate nel seguito.

Ingresso a gradino (ideale)

Il valore dell'ingresso I passa bruscamente da zero a un valore di riferimento. Un esempio di questo tipo di ingresso è dato dall'accensione (chiusura) di un interruttore, o dalla pressione del tasto corrispondente ad una determinata lettera sulla tastiera. Il grafico dell'ingresso è rappresentato in figura 4.1.

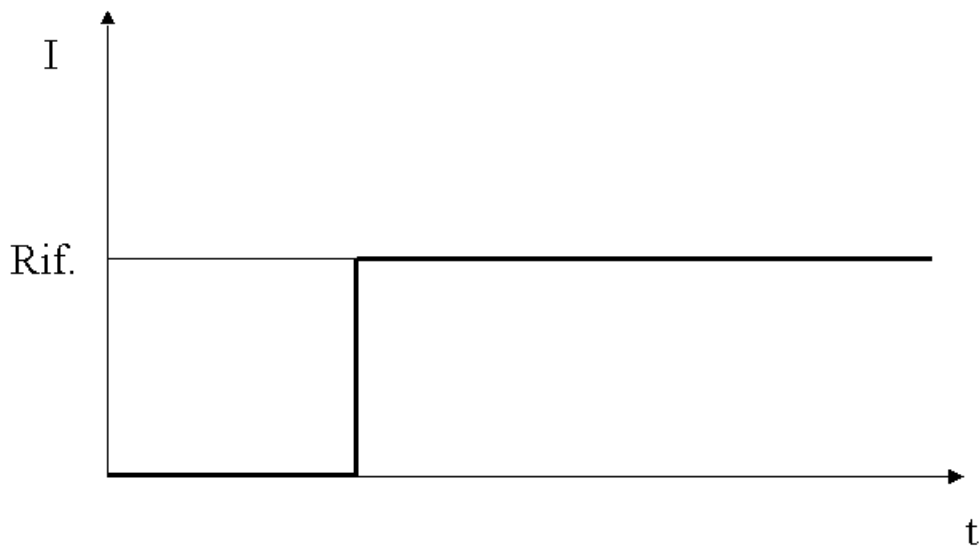


Figura 4.1: Ingresso a gradino (ideale).

Ingresso a rampa lineare

In questo tipo di ingresso il valore di I aumenta linearmente passando da zero ad un massimo (idealmente anche infinito). Un esempio di questo ingresso è dato dal volume di una radio.

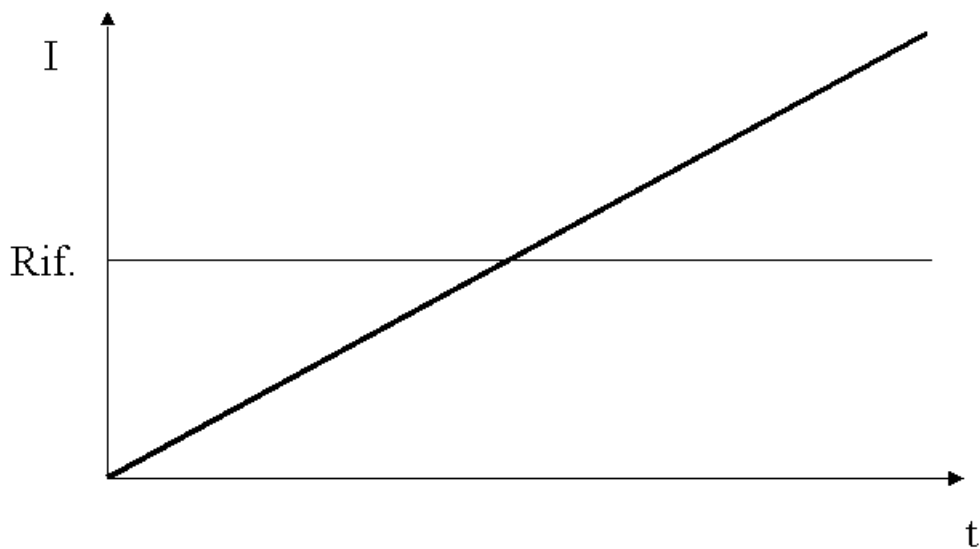


Figura 4.2: Ingresso a rampa lineare.

Ingresso a rampa parabolica

In questo tipo di ingresso il valore di **I** tende esponenzialmente a un valore di riferimento.

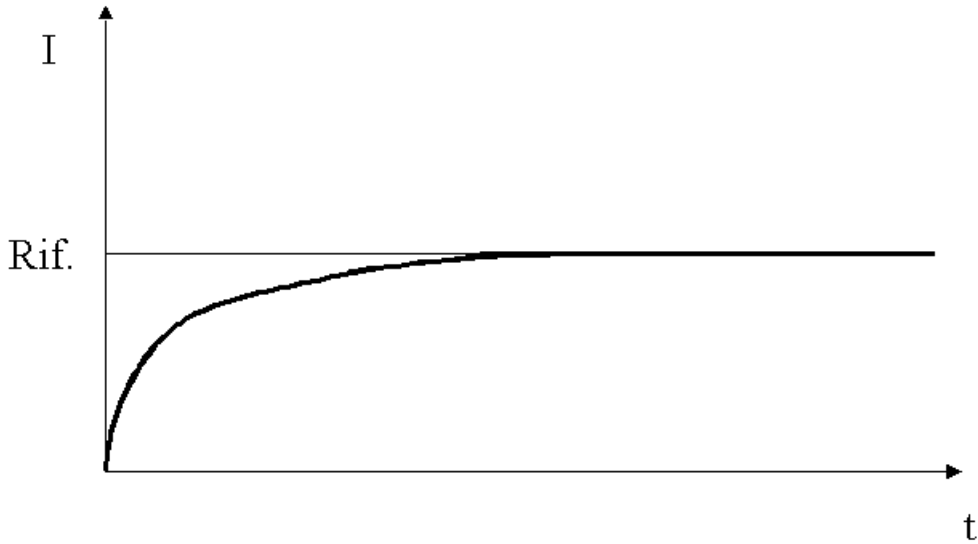


Figura 4.3: Ingresso a rampa parabolica

Tipi di uscite

Le risposte dei sistemi agli stimoli, ossia agli ingressi, dei tipi mostrati sopra non sempre ne seguono l'andamento, anzi molto spesso sono nettamente diverse. Le figure seguenti mostrano alcuni esempi di risposte possibili ad un ingresso a gradino.

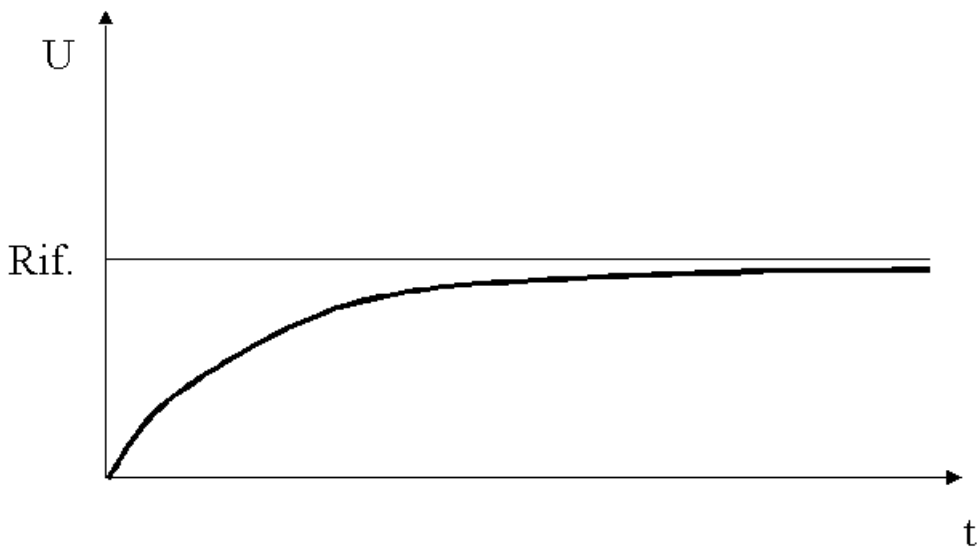


Figura 4.4: Uscita con risposta a un gradino di tipo esponenziale (tende asintoticamente a un valore).

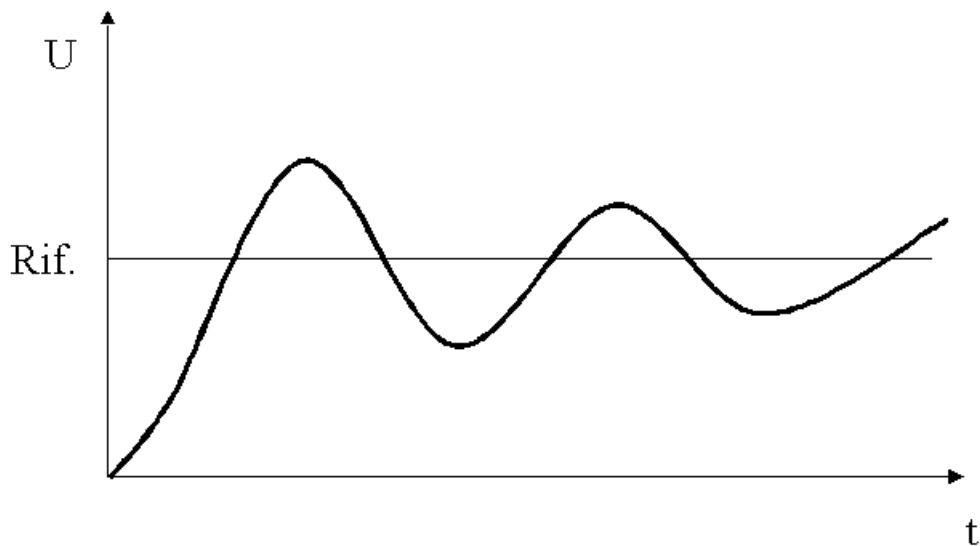


Figura 4.5: Risposta a un gradino di tipo oscillatorio smorzato.

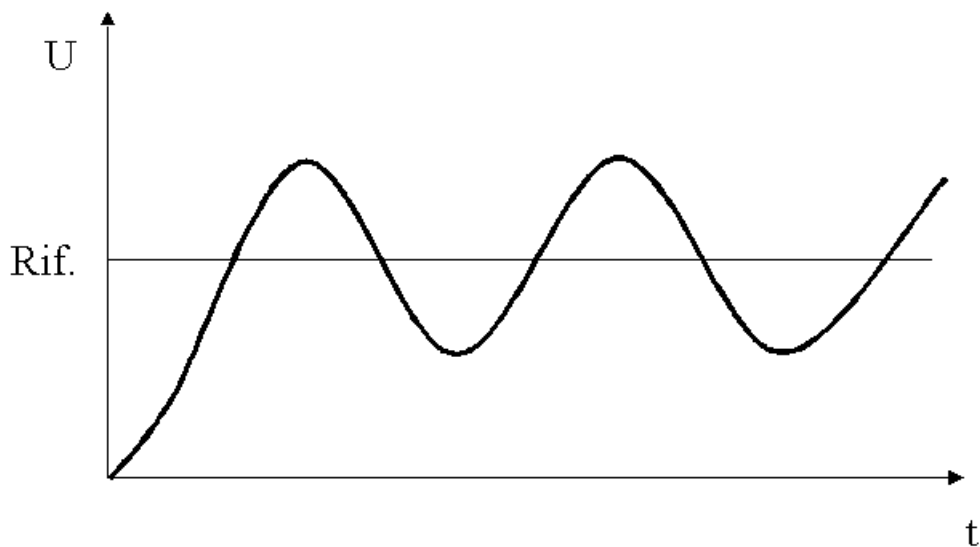


Figura 4.6: Risposta a un gradino di tipo oscillatorio.

Errore assoluto e relativo

Considerando il valore U_r dell'uscita di riferimento (ossia quella che desidereremmo che il sistema avesse), e U_e , l'uscita effettivamente misurata, si definiscono

Errore assoluto
$$E_a = |U_r - U_e|$$

Errore relativo
$$E_r = \frac{E_a}{U_r}$$

L'errore assoluto, in una catena di controllo in retroazione, non è altro che l'uscita del nodo sommatore di una retroazione negativa. Per capire i due concetti pensiamo a una differenza di temperatura di un grado rispetto al previsto. Se ci troviamo in una stanza la cui temperatura dovrebbe essere di 20°C questa differenza è piuttosto sensibile, mentre se ci troviamo in un altoforno la cui temperatura dovrebbe essere di 1000°C ecco che l'errore dovuto a tale differenza è trascurabile. In pratica l'errore relativo ci dice quanto è rilevante l'errore assoluto relativamente al contesto, ossia al sistema che stiamo considerando.

Periodo transitorio e condizioni a regime

Nei sistemi, specialmente quelli di tipo elettrico, normalmente, dopo che è stato applicato un certo stimolo, prima che l'uscita si stabilizzi sul valore di riferimento corrispondente a tale stimolo passa un certo tempo, detto **transitorio iniziale**.

Dopo questo periodo transitorio il sistema sarà in **condizioni di regime** e quindi potranno su di esso essere svolte le misurazioni, espresse le valutazioni e considerarlo quindi utile o no.

Tempi di risposta

Dato un sistema la cui uscita dopo il transitorio si stabilizza su un valore di riferimento, si definiscono i tempi di risposta come segue.

Tempo di ritardo (T_r) è il tempo impiegato dall'uscita del sistema per raggiungere la metà del valore di riferimento.

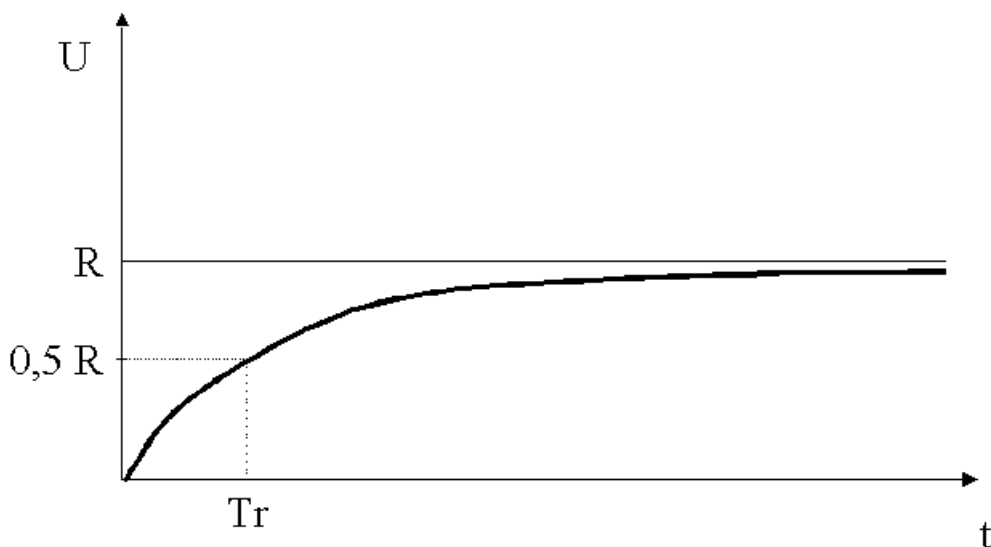


Figura 4.7: tempo di ritardo.

Tempo di salita (T_s) è il tempo impiegato dall'uscita del sistema per passare dal 10% al 90% del valore di riferimento.

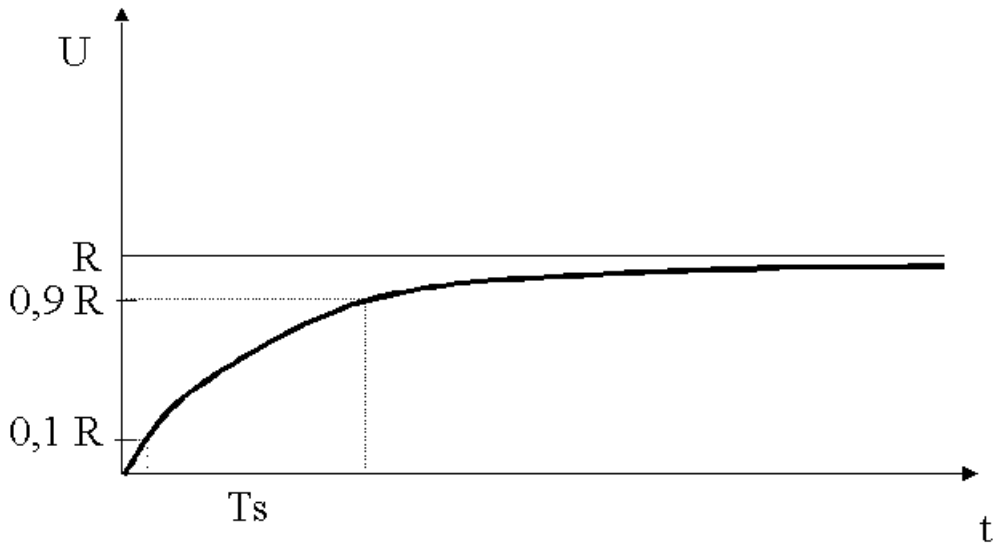


Figura 4.8: tempo di salita.

Tempo di Assestamento è l'intervallo di tempo impiegato dall'uscita del sistema per assestarsi entro uno scarto del 2% del valore di riferimento.

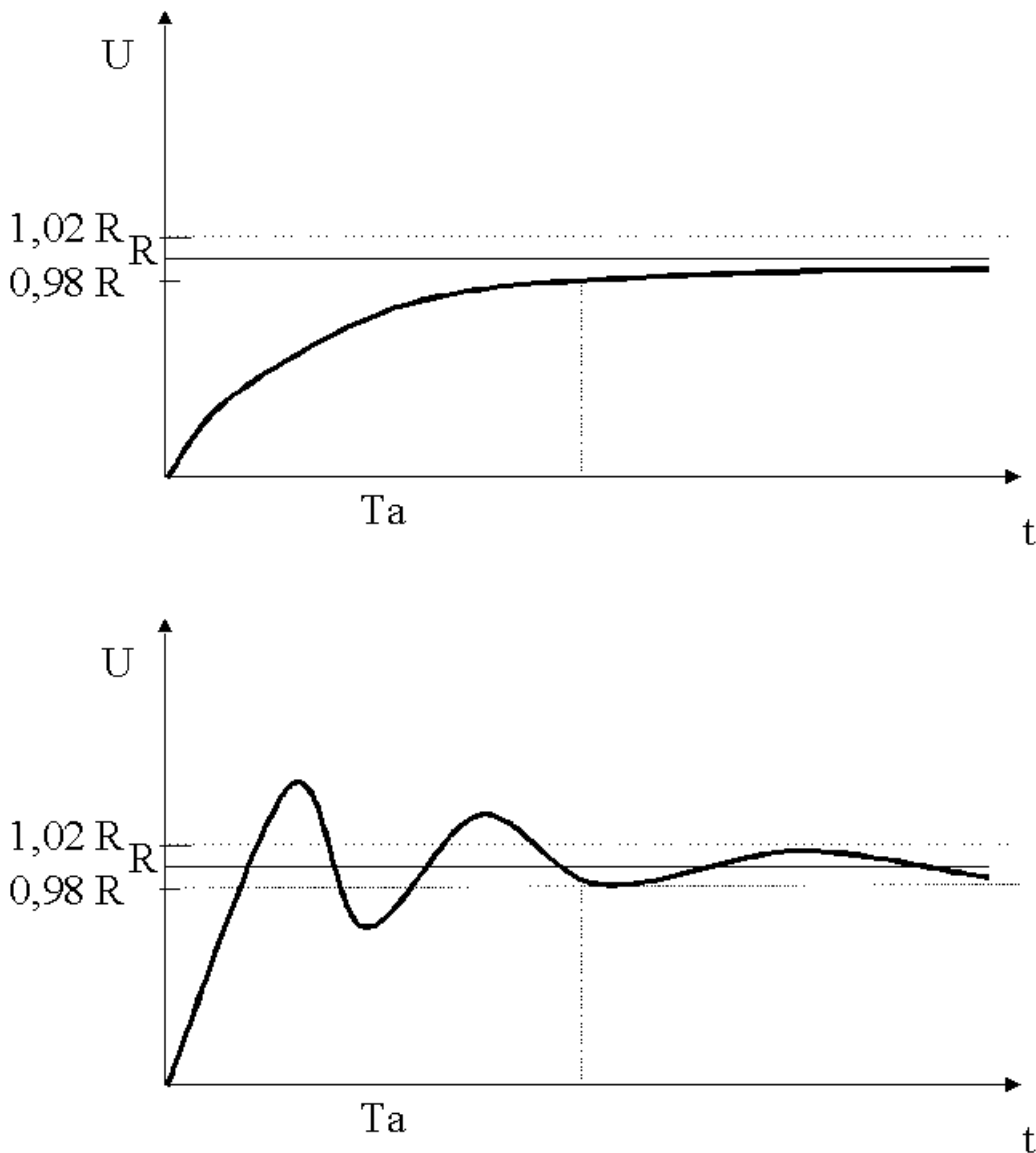


Figura 4.9: tempo di assestamento nei casi esponenziale e oscillatorio smorzato.

Stabilità dei sistemi

Siamo ora in grado di definire la stabilità in modo intuitivo, rimandando la trattazione matematica precisa del concetto di stabilità ai corsi degli anni successivi.

Consideriamo come esempio la posizione di una pallina posta sulla cima di una collinetta piatta (es. il conetto del minigolf). Se si dà un piccolo colpo alla pallina questa dopo poco si ferma (configurazione stabile). Ma se il colpo è tale da farla andare oltre l'orlo o la pallina già si trova vicino all'orlo ecco che la pallina prende velocità e scende dalla collinetta (configurazione instabile).

Un sistema si definisce **stabile** se, in corrispondenza di piccole variazioni dell'ingresso, si hanno piccole variazioni dell'uscita.

Un sistema si definisce **instabile** se, in corrispondenza di piccole variazioni dell'ingresso si hanno grandi variazioni dell'uscita.

Se un sistema è instabile secondo la definizione data è impossibile poterlo controllare con i metodi visti in precedenza. Le piccole variazioni dell'ingresso, dette anche perturbazioni, sono in massima parte errori nell'ingresso (es. fluttuazioni dei valori) o disturbi. Un sistema lineare, in cui il rapporto uscita/ingresso è determinato da una funzione di primo grado (funzione lineare) è quasi sempre stabile, un sistema non lineare è invece quasi sempre instabile.

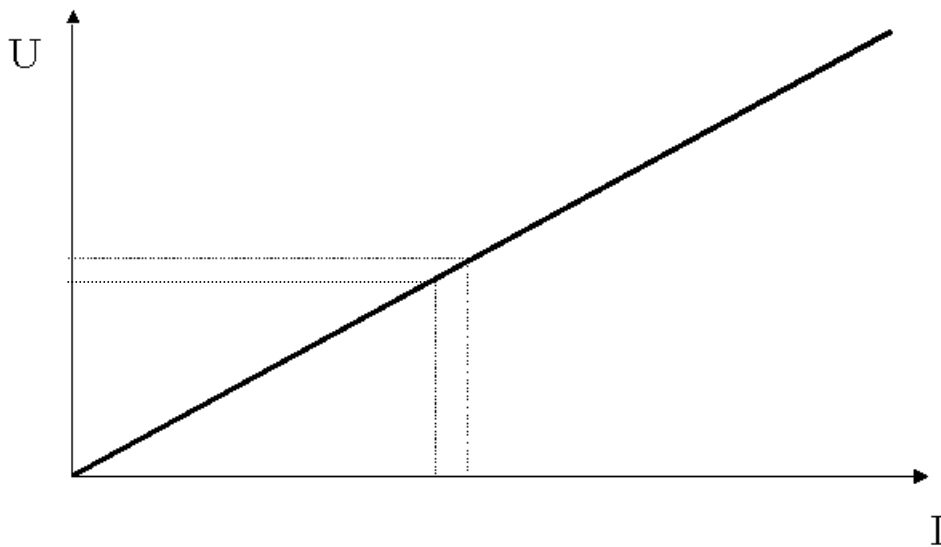


Figura 4.10: variazione dell'uscita per piccole variazioni di ingresso in un sistema lineare

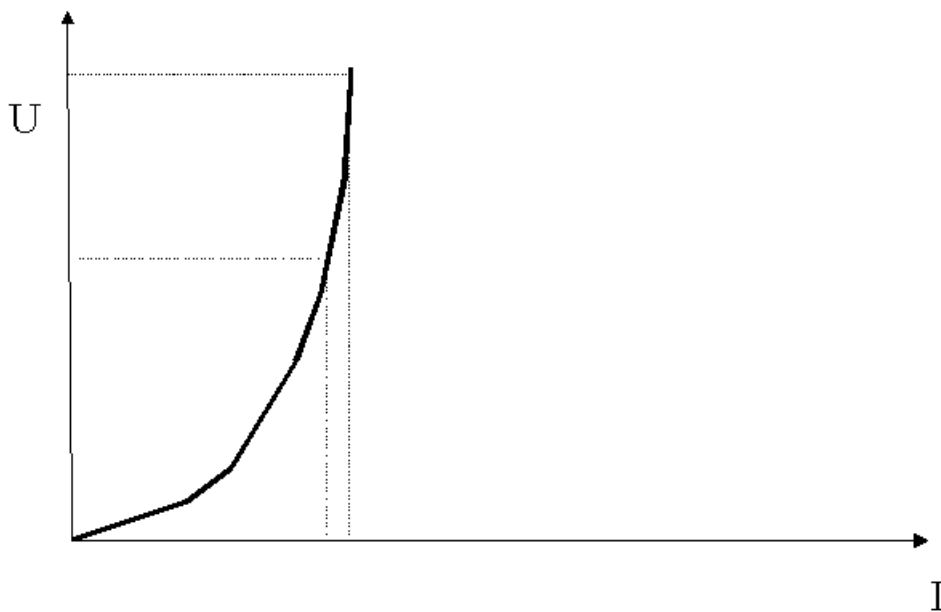


Figura 4.11: variazione dell'uscita per piccole variazioni di ingresso in un sistema non lineare

LA MODELLAZIONE PER L'ANALISI DEI SISTEMI

Modellazione ed analisi

Dopo quanto visto siamo ora in grado di riprendere la modellazione dei sistemi introdotta nel capitolo 1.

I sistemi analizzati fino a questo momento sono composti da un numero limitato di elementi con funzioni di transizione e trasformazione molto semplici. Nella realtà, però, i sistemi sono più complessi e le relazioni tra i componenti interni spesso non sono così intuitive. A volte poi si ha bisogno di sollecitare il sistema per studiarne il comportamento e spesso risulta difficile farlo sul sistema reale (si pensi ad esempio ad un ponte sospeso, non possiamo costruirlo e sollecitarlo per vedere se regge oppure no). Si ricorre allora alla sostituzione del sistema reale con una rappresentazione integrale detta **modello**, che mette in evidenza solo gli elementi che si ritengono utili allo scopo dell'analisi e ci permette di eseguire tutte le prove necessarie sul sistema, senza intervenire fisicamente su di esso.

Dato un sistema reale e un problema da risolvere su di esso (cioè studiare il sistema per un determinato aspetto), definiamo *modello*, relativo al problema in esame, la rappresentazione semplificata del sistema che evidenzia tutti gli elementi utili alla risoluzione del problema e ci permetta di riprodurre e valutare le funzioni svolte dal sistema originale senza intervenire direttamente su di esso.

Quando si parla di modelli, si è inevitabilmente portati a parlare di **astrazione**, un concetto molto comune in informatica che possiamo riassumere come segue:

Il *processo di astrazione* consiste nell'estrapolare da tutte le informazioni relative a una realtà, solo quelle utili per risolvere il problema sostituendo, successivamente, gli oggetti reali osservati con simboli. Vengono, in questa fase, tralasciati i dettagli implementativi (come sono costruiti) dei singoli oggetti e si analizza la realtà nel suo insieme.

Tipi di modelli

Come già visto nel capitolo 1, i modelli possono essere classificati in base al contesto in cui devono risultare simile al sistema reale: essenzialmente si dividono in fisici e astratti.

- **Fisici** o **reali** sono i modelli la cui struttura è costituita da elementi del mondo fisico.
- **Astratti** o **simbolici** sono i modelli che consentono di rappresentare le caratteristiche della realtà analizzata servendosi di un linguaggio simbolico (per esempio il linguaggio matematico, il linguaggio grafico, il linguaggio di programmazione).
- A loro volta i modelli fisici si possono suddividere in **iconici** e **analogici**, mentre tra quelli astratti si possono individuare i modelli **matematici**, quelli **grafici** e quelli **logici**.

La figura seguente 5.1 schematizza tutto ciò:

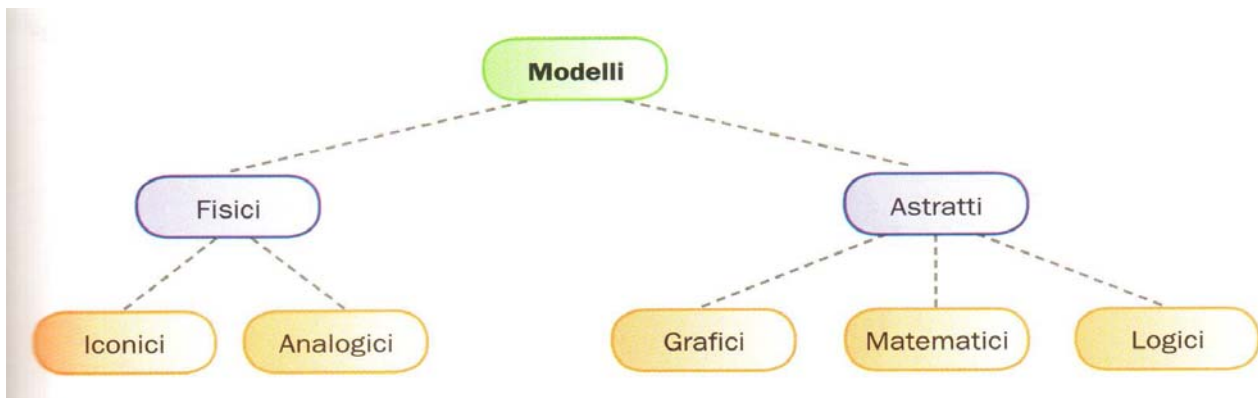


Figura 5.1: legame fra le tipologie di modelli

Scelta del modello e simulazione

Un sistema può essere studiato da diversi punti di vista. In base all'obiettivo che ci si prefigge, si sceglie il modello più opportuno.

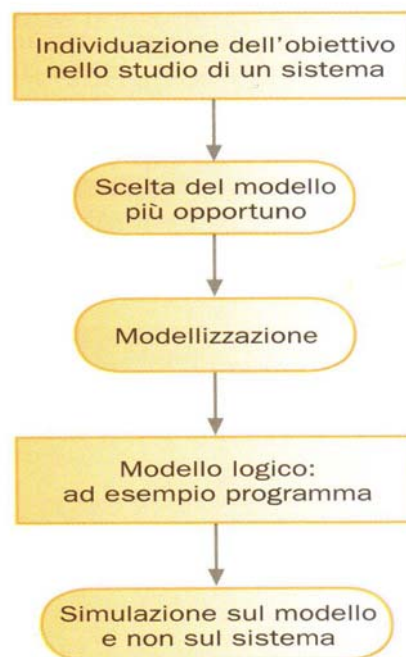


Figura 5.2: legame fra le tipologie di modelli

Classificazione dei modelli

Per dare una spiegazione dei **modelli iconici** pensiamo al plastico di un edificio in scala ridotta oppure il modellino di un dinosauro con cui giocano i bambini: si dicono modelli iconici tutte le riproduzioni di sistemi in cui una o più grandezze originali sono state modificate proporzionalmente, con lo scopo di semplificare lo studio. Nella rappresentazione in scala di un sistema non si effettua sempre e solo una riduzione di scala, spesso la scala viene lasciata com'è oppure ingrandita, si parla allora di modelli **ridotti**, **naturali** o **espansi** a seconda che il fattore di scala sia minore, uguale o maggiore di 1. Se il fattore di scala non è lo stesso per tutte le grandezze, il modello si dice **simile**.

Un esempio è quello del dinosauro che, pur rispettando fedelmente in scala le proprietà dimensionali, non riproduce il peso. Un altro esempio: per studiare le proprietà aerodinamiche dei nuovi modelli di automobili, si realizzano modelli iconici in scala ridotta da testare nella galleria del vento, costituiti da materiali facilmente plasmabili.

I **modelli analogici** sono le riproduzioni dei sistemi originali in cui vengono mantenute le relazioni tra gli elementi del sistema, ma le grandezze fisiche in gioco vengono sostituite, in parte o totalmente, con altre con analogo comportamento. Un esempio classico di modello analogico è il *barometro a mercurio* in cui la grandezza reale *pressione atmosferica* (forza/superficie) viene rappresentata tramite l'altezza raggiunta dalla colonnina di mercurio (lunghezza), quindi la grandezza *pressione atmosferica* e la grandezza *lunghezza* (della colonnina) sono di natura diversa ma le leggi che le regolano sono uguali.

I **modelli matematici** sono quelli in cui il sistema viene rappresentato dalle leggi matematiche che lo regolano. Tra quelli più usati nello studio dei sistemi troviamo:

- L'**insiemistica** che permette di rappresentare tutte le situazioni legate al concetto di appartenenza e quelle di mutue relazioni tra i sistemi;
- L'**algebra** che contiene tutte le regole fondamentali per il calcolo;
- L'**analisi funzionale** che consente di rappresentare attraverso funzioni, le mutue relazioni tra gli elementi di un sistema e di studiarne il comportamento nel tempo.

Per esempio l'esplicitazione in formule matematiche delle funzioni che regolano il comportamento di un sistema *circuito elettrico* (sistema deterministico continuo) può avvenire come segue:

Considerando i valori della resistenza R come parametri del sistema e il valore della f.e.m. (forza elettromotrice) E del generatore come ingresso, e come uscita la corrente i che circola nel circuito, avremo:

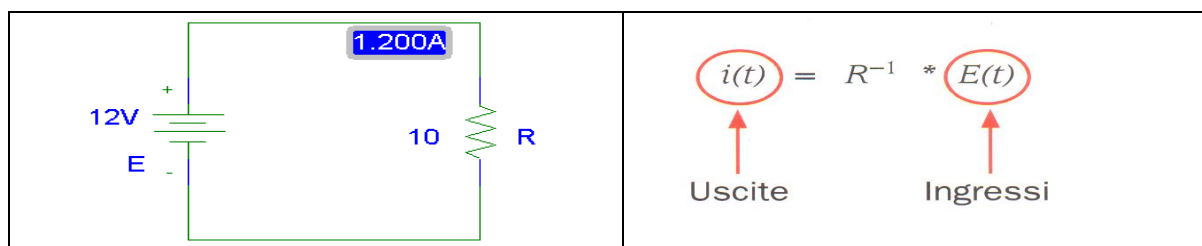


Figura 5.3: modello analogico elettrico

I **modelli grafici** rappresentano su carta, tramite particolari simbologie, il sistema cui si riferiscono conglobando tutta la potenza espressiva della comunicazione visiva. Tra essi citiamo: gli **schemi a blocchi** e i **grafi di transizione**, indispensabili per rappresentare particolari sistemi dinamici, gli **automi** dei quali ci occuperemo in seguito. Per inciso, anche il diagramma a blocco utilizzato finora per una semplice rappresentazione dei nostri esempi, è un modello grafico.

I **modelli logici** sono insiemi di regole logico-funzionali che, se eseguite, permettono di emulare integralmente il sistema originale; sono anche detti **algoritmici**. In questa classe di modelli rientrano le simulazioni di sistemi reali tramite linguaggi di programmazione o altri strumenti informatici. Ecco uno schema riassuntivo:

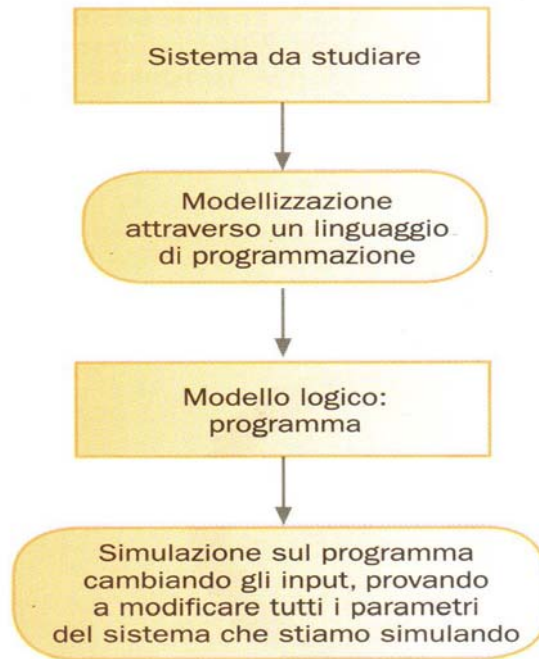


Figura 5.4: modello algoritmico per la simulazione

UN SISTEMA PARTICOLARE: L'AUTOMA

Che cosa sono gli automi?

Abbiamo introdotto precedentemente il concetto di **sistema** e anche detto che un particolare tipo di sistema è rappresentato dagli automi. L'**automa** è un modello di calcolo molto semplice da utilizzare che può essere utilizzato per descrivere un numero elevato di problemi di varia natura. Lo si può pensare come un dispositivo che legge una stringa di input e la elabora secondo un semplice meccanismo di elaborazione e memoria limitata, producendo delle uscite. La rappresentazione grafica è semplice e intuitiva:



Nella vita quotidiana troviamo innumerevoli esempi in cui si possono applicare i concetti che andremo a trattare. Sono esempi di automi la lavatrice, la lavastoviglie, il frullatore, il bancomat, i distributori di bevande, i sistemi di controllo degli ascensori, i distributori di carburante e anche oggetti più astratti quali i riconoscitori di sequenze, automi traduttori decodificatori in genere ecc. Perciò, per quanto detto, un automa è un sistema che andiamo così a definire:

Un **automa** è un sistema con le seguenti caratteristiche:

- **Dinamico**: evolve nel tempo;
- **Invariante**: la risposta del sistema rimane la stessa qualunque sia l'istante di tempo in cui si applica una specifica sollecitazione;
- **Discreto nell'avanzamento**: quando lo è l'insieme dei tempi (cioè il sistema può essere analizzato in precisi istanti di tempo);
- **Discreto nelle interazioni**: sono discrete le funzioni di transizione e di trasformazione.
- **Gli insiemi degli ingressi e delle uscite** sono composti da un numero **finito** di elementi.

Un caso particolare è costituito dagli **automi a stati finiti** di cui a breve ci andremo ad occupare.

Proprietà fondamentali degli automi

Si chiama **stato iniziale** di una macchina, intesa come automa, quello in cui essa si trova all'inizio del suo funzionamento, cioè quando non le è ancora pervenuta alcuna informazione.

Si chiama **stato finale** di una macchina quello da cui essa non può muoversi per qualsiasi valore d'ingresso.

Lo **stato di equilibrio** di un automa è uno stato in cui la macchina può rimanere a tempo indefinito per un dato valore in ingresso.

L'**uscita di equilibrio** è un vettore di uscita comune a più stati.

Un automa è **reversibile** se, dato un qualsiasi valore dello stato S_2 ed un qualsiasi valore d'ingresso i , esiste un unico stato S_1 dal quale si può arrivare ad S_2 fornendo l'ingresso i .

Lo stato S_2 è **raggiungibile** dallo stato S_1 , se esiste almeno una sequenza di valori di ingresso che fa transitare la macchina dallo stato iniziale S_1 allo stato finale s_2 .

Si parla di **raggiungibilità diretta** quando si passa direttamente dallo stato S_1 allo stato S_2 o di **raggiungibilità indiretta** quando si passa dallo stato S_1 allo stato S_2 attraverso stati intermedi.

Due stati si dicono **indistinguibili** se, per ingressi uguali, hanno:

- le stesse uscite;
- lo stato di arrivo.

Automa a stati finiti

Un **automa a stati finiti** (ASF) è un automa in cui anche l'insieme degli **stati** è composto da un numero finito di elementi.

Per descrivere un automa a stati finiti A , utilizziamo un modello matematico composto dai seguenti elementi:

- I = l'insieme degli ingressi (o input) che è il grado di leggere;
- U = l'insieme delle uscite (o output) che può produrre;
- S = l'insieme finito degli stati interni in cui può trovarsi;
- f = la funzione di transizione che fa passare da uno stato a quello successivo;
- g = la funzione di trasformazione che determina il valore delle uscite.

$$A = \{I, U, S, f, g\}$$

Quando abbiamo dato la definizione, abbiamo detto che un automa è un sistema discreto nell'avanzamento. In effetti le elaborazioni di questo modello di calcolo, sono scandite da istanti di tempo. Se indichiamo con:

- t un qualsiasi istante di tempo in cui analizziamo l'automa;
- $s(t)$ lo stato all'istante t ;
- $s(t+1)$ lo stato all'istante successivo a t ;

l'espressione matematica della funzione di transizione possiamo esprimerla nel seguente modo:

$$s(t+1) = f(s(t), i(t))$$

letta come: lo stato successivo $s(t+1)$, cioè all'istante $t+1$, dipende dallo stato attuale $s(t)$, cioè all'istante t , e dagli ingressi $i(t)$ in tale istante. Analogamente la funzione di trasformazione possiamo esprimerla nel seguente modo:

$$u(t) = g(s(t), i(t))$$

letta come: le uscite $u(t)$, all'istante t , dipendono dallo stato attuale $s(t)$, cioè lo stato all'istante t , e dagli ingressi $i(t)$ in tale istante.

Automi riconoscitori

Gli **automi riconoscitori**, rappresentano una classe di automi particolarmente importante. Essi sono in grado di riconoscere la presenza di una particolare sequenza di simboli tra tutti quelli che si presentano in ingresso. Molto importanti sono quelli in grado di riconoscere se una stringa fa parte o meno di un determinato linguaggio. Tali automi, dopo l'ingresso dell'ultimo simbolo della stringa, rispondono nei due modi possibili:

- “si” (o “riconosciuta”) se la stringa appartiene al linguaggio;
- “no” (o “non riconosciuta”) se la stringa non appartiene al linguaggio.



Rappresentazione di automi con i diagrammi degli stati

Un automa a stati finiti, può essere rappresentato:

- Mediante un **diagramma degli stati (modello grafico)**
- Mediante una **tabella di transizione (modello matematico)**
- Mediante un **programma (modello logico)**

Il diagramma degli stati

Il diagramma degli stati è una rappresentazione grafica di un automa costituita da *bolle* e *archi*.

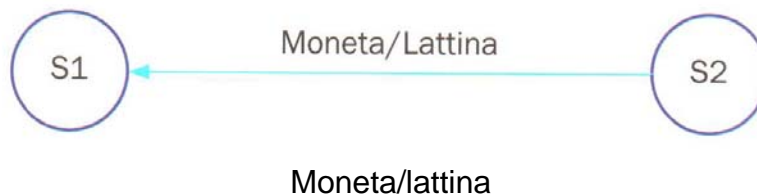
- Le **bolle** o **nodi** rappresentano gli stati dell'automata. All'interno della bolla si scrive il nome dello stato corrispondente.



- Gli **archi** rappresentano le relazioni di passaggio da uno stato all'altro. L'etichetta sopra ogni arco ha la forma seguente:

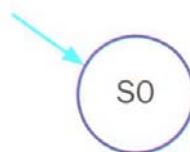
input/output

Cioè è formata dall'input che genera la transizione e dall'output che ne segue per effetto della transizione. Per esempio, la transizione mostrata sotto con l'etichetta:



Significa che dallo stato S2, quando si riceve in input una moneta, si transita allo stato S1 fornendo in uscita una lattina.

- Lo **stato iniziale** è quello dal quale l'automata inizia a ricevere gli ingressi e a descrivere il suo comportamento (elaborazione o esecuzione). E' rappresentato da un nodo con una freccia entrante.



- Gli **stati finali** sono particolari stati in cui viene a trovarsi l'automata al termine di una esecuzione che ha avuto successo. Vengono rappresentati da una bolla con un doppio cerchio e vengono utilizzati solo per quegli automi per cui ciò ha significato. Vedremo più avanti, per alcuni automi riconoscitori, come essi siano particolarmente significativi. In questi automi, quando si termina l'analisi della successione di simboli in ingresso e lo stato in cui ci si trova è finale, vuol dire che il riconoscimento ha avuto successo. Se invece l'automata termina l'analisi della successione dei simboli in ingresso ma lo stato in cui si trova non è finale, il riconoscimento non ha avuto successo.



Vediamo un esempio di diagrammi degli stati:

Automa distributore di bibite – prima versione

Descrizione dell'automa

L'automa deve fornire in uscita una bibita in lattina dopo che sono state inserite due monete da 1 euro. L'automa non da resto e funziona solo con monete da 1 euro.

Insiemi caratteristici dell'automa

- $I = \{Moneta\}$
Moneta = moneta da 1 euro
- $U = \{Lattina\}$
- $S = \{S1, S2\}$
S1 = (stato iniziale) si è in attesa dell'inserimento della prima moneta;
S2 = si è in attesa dell'inserimento della seconda moneta.

Diagramma degli stati

Il *diagramma degli stati* è una rappresentazione grafica sia della funzione di transizione f sia della funzione di trasformazione g .

Il comportamento dell'automa del nostro esempio, può essere rappresentato dal seguente diagramma degli stati.



Analisi del diagramma

La lettura del diagramma si effettua in questo modo: Sopra all'arco che va dallo stato S1 ("attesa prima moneta") allo stato S2 ("attesa seconda moneta"), la dicitura Moneta/niente, indica che in corrispondenza dell'input $\{Moneta\}$ (inserimento della prima moneta) non è fornito nulla in uscita (nessuna lattina).

Sopra l'arco che va dallo stato S2 ("attesa seconda moneta") allo stato S1 ("attesa prima moneta"), la dicitura Moneta/lattina indica che in corrispondenza dell'input $\{Moneta\}$ (inserimento della seconda moneta) è fornita l'uscita "lattina" (cioè viene erogata la lattina). Lo stato S1 è lo stato iniziale e da esso inizia l'elaborazione.

Gli stati come stati di memoria

Gli stati di un automa rappresentano i suoi **stati di memoria**. Un automa si trova in uno stato o in un altro a seconda di quello che è successo in precedenza. In base allo stato in cui si trova e all'input che riceve, l'automata stabilisce il suo comportamento. Nel nostro esempio ci si trova nello stato S2 "attesa seconda moneta" solo dopo che si è verificato l'evento "introduzione di una moneta da 1 euro". Si passa ad un nuovo stato fornendo eventualmente un output. Sempre nel nostro esempio, dallo stato S2 si passa allo stato S1 "attesa prima moneta" fornendo in output una lattina.

Costruzione del diagramma degli stati

Le fasi per arrivare alla costruzione del diagramma degli stati sono:

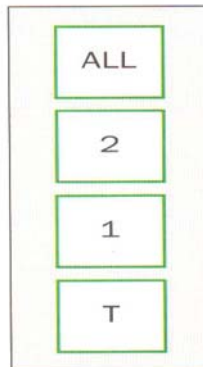
- 1° Passo: analisi delle specifiche verbali e/o scritte;
- 2° Passo: formalizzazione;
- 3° Passo: sintesi con diagramma degli stati.

Esempio:

Automa ascensore

Descrizione dell'automa

Progettare la logica di funzionamento di un sistema capace di controllare un ascensore per una palazzina di tre piani corredato della pulsantiera mostrata di seguito



1° Passo (analisi delle specifiche verbali e/o scritte)

In questa fase si analizzano attentamente tutte le specifiche verbali che descrivono il progetto, cercando di trarre quante più informazioni utili per il passo successivo della formalizzazione. Dalle specifiche si può dedurre quanto segue:

Insiemi caratteristici dell'automa

Ingressi

Saranno quattro, quanti sono i pulsanti sulla pulsantiera.

Uscite

Occorreranno delle uscite per comandare la salita o la discesa ai piani. Occorre una segnalazione in caso di allarme, ma per il momento, per semplificare, non analizzeremo questo aspetto.

Stati

Saranno tanti quanti sono i piani su cui può sostare l'ascensore.

2° Passo (formalizzazione)

In questa fase si procede a codificare gli ingressi, uscite e stati assegnando loro nomi più concisi.

Insiemi caratteristici dell'automa

Ingressi

1P Pulsante premuto per salire al primo piano.

2P Pulsante premuto per salire al secondo piano.

T Pulsante premuto per portarsi al piano terra.

All Pulsante premuto per gestire una situazione anomala, che come abbiamo detto non analizzeremo.

Uscite

"Primo" Vai al primo piano

"Secondo" Vai al secondo piano

"Terra" Vai al piano terra

"SOS" Segnala anomalia

Stati

S0 Piano terra

S1 Primo piano

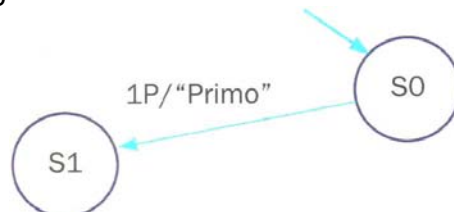
S2 Secondo piano

3° Passo (Sintesi con diagramma degli stati)

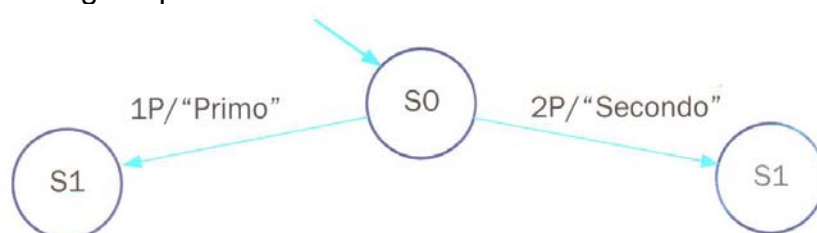
Il progetto del diagramma degli stati dell'automa parte dallo stato iniziale S0.



Supponiamo poi che venga premuto il pulsante 1P. L'ascensore dovrà portarsi al primo piano e dovrà emettere il segnale di uscita "Primo".

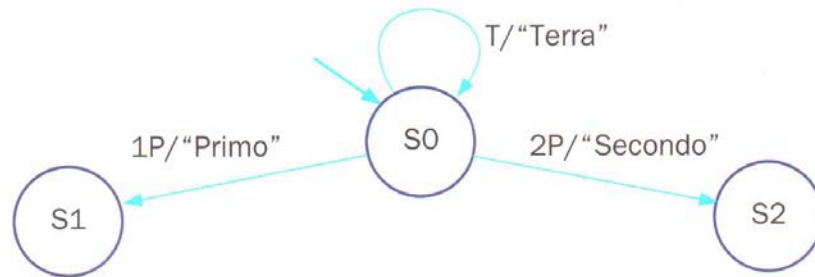


Nel caso venga premuto il pulsante 2P, a partire sempre dallo stato S0, si avrà un comportamento analogo al precedente.

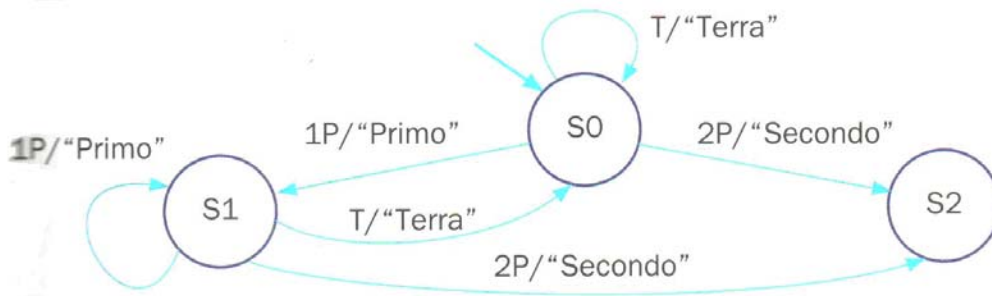


Se per il momento non consideriamo il pulsante ALL, rimane soltanto il pulsante T per completare la descrizione del comportamento ammissibile a partire dallo stato S0; in

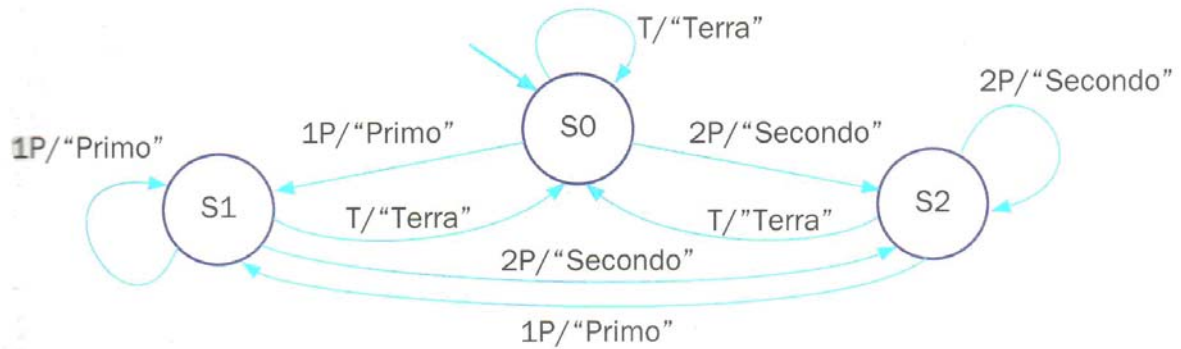
questo caso il comando richiesto sarà influente e quindi l'ascensore non farà altro che rimanere al piano terra. Nella rappresentazione grafica, questo è indicato con un arco che parte da S0 e ritorna sempre in S0 con segnale d'uscita "Terra".



Terminata l'analisi relativa allo stato S0, possiamo completare il grafo procedendo in modo analogo sia per S1 sia per S2.



E per finire:



Rappresentazione di automi con le Tabelle di transizione

Per la rappresentazione degli automi si può ricorrere anche alle tabelle di transizione del tutto equivalenti ai diagramma degli stati.

Le *tabelle di transizione* sono tabelle con un numero di righe pari al numero degli stati dell'automata e un numero di colonne pari al numero dei diversi ingressi. Le celle contengono una coppia formata dallo stato successivo e dall'uscita da emettere.

Consideriamo come esempio una tabella relativa a quattro stati e tre ingressi.

Ingressi \ Stati	I1	I2	I3
S1			
S2			
S3		Stato Successivo/ Uscita	
S4			

Osserviamo in particolare la riga relativa allo stato S3 e la colonna relativa all'ingresso I2. La cella situata tra l'incrocio di tale riga e tale colonna contiene lo stato successivo e l'uscita quando nello stato S3 si avrà l'ingresso I2.

Prendiamo ancora in esame l'automata distributore di bibite visto precedentemente. La tabella di transizione che lo descrive è formata da due righe, poiché abbiamo due stati, e da una sola colonna perché abbiamo un solo ingresso.

Ingressi \ Stati	Moneta
S1	S2/Niente
S2	S1/Lattina

La prima riga dice che quando ci si trova nello stato S1 (attesa prima moneta) e viene inserita una moneta da un euro (Moneta), si passa allo stato S2 senza emettere in uscita una lattina. Quando invece ci si trova nello stato S2 (attesa seconda moneta) e viene inserita una moneta da un euro (Moneta), si ritorna allo stato iniziale S1 fornendo in uscita la lattina.

Proviamo ora a fare una piccola modifica all'automata distributore appena descritto e proviamo ad analizzare questa seconda versione.

Automa distributore di bibite – seconda versione

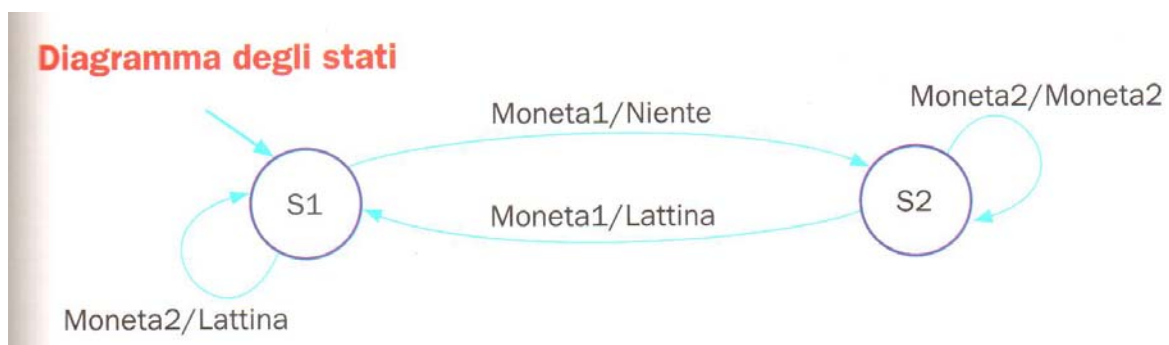
Descrizione dell'automa

A differenza della prima versione, l'automa deve fornire in uscita una lattina dopo che sono state inserite due monete da 1 euro oppure una moneta da 2 euro. L'automa funziona soltanto con questi due tipi di moneta e non da resto.

Insiemi caratteristici dell'automa

- $I = \{Moneta1, Moneta2\}$
Moneta1 = è stata inserita una moneta da 1 euro
Moneta2 = è stata inserita una moneta da 2 euro
- $U = \{Lattina, Moneta2(monetada2euro)\}$
Lattina = viene fornita una lattina
Moneta2 = viene restituita una moneta da 2 euro
- $S = \{S1, S2\}$
S1 = (stato iniziale) si è in attesa dell'inserimento della prima moneta;
S2 = si è in attesa dell'inserimento della seconda moneta.

Diagramma degli stati



Analisi del diagramma

Questa volta, a differenza della prima versione, ci sono archi che tornano allo stesso stato di partenza. Nello stato S1 “attesa prima moneta”, per esempio, quando si inserisce direttamente una moneta da 2 euro si rimane nello stesso stato e si fornisce la lattina.

Nello stato S2 “attesa seconda moneta”, quando si inserisce una moneta da 2 euro questa viene restituita poiché è già stata inserita una moneta da 1 euro e si rimane nello stesso stato in attesa. Ovviamente se non si dispone più di monete da 1 euro, il sistema non dà resto e rimane in questo stato senza fornire alcuna lattina. Da notare che Moneta2 è presente anche nell'insieme U. La tabella di transizione che descrive l'automa è la seguente:

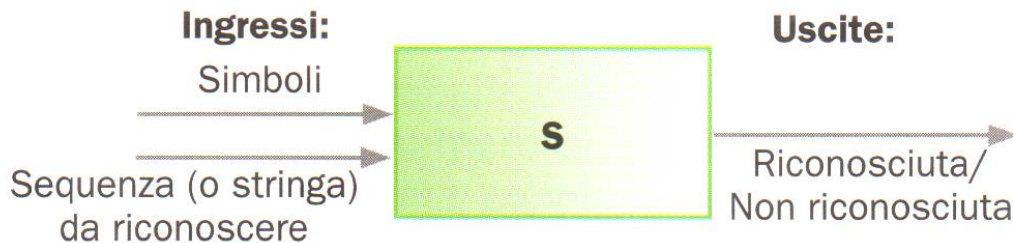
Ingressi Stati	Moneta1	Moneta2
S1	S2/Niente	S1/Lattina
S2	S1/Lattina	S2/Moneta2

La seconda riga relativa allo stato S2 (attesa seconda moneta) dice che:

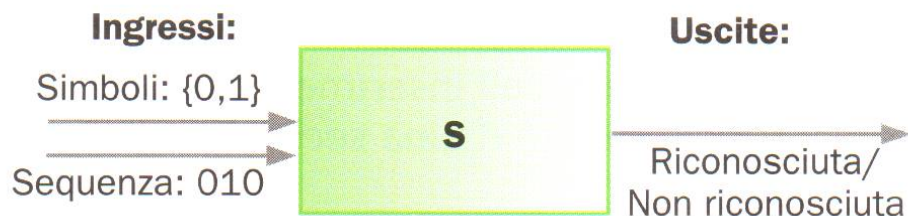
- Se viene inserita una moneta da 1 euro (Moneta1), si passa allo stato S1 e si fornisce la lattina.
- Se viene inserita una moneta da 2 euro (Moneta 2) si rimane nello stesso stato in attesa di una moneta da 1 euro restituendo quella da 2 euro.

Gli automi riconoscitori

Si dicono **automi riconoscitori** quegli automi in grado di riconoscere la presenza di una particolare sequenza (o stringa) di simboli tra tutti quelli che si presentano in ingresso.



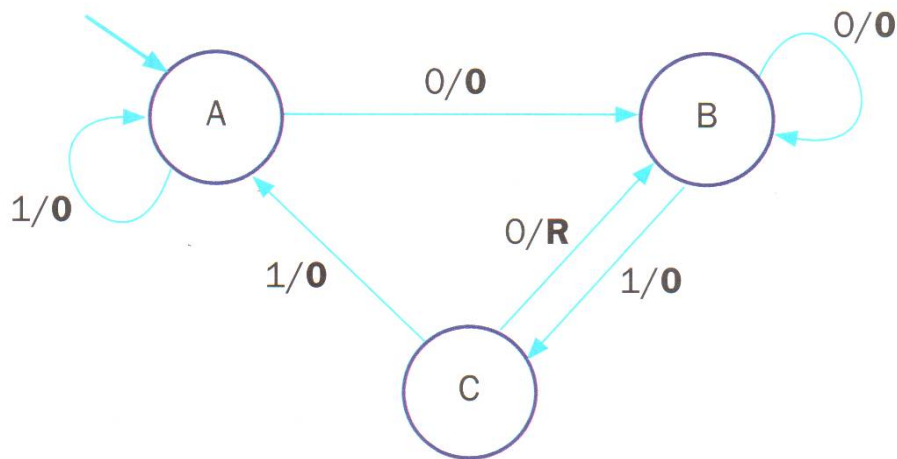
Consideriamo un automa riconoscitore che rileva la presenza della sequenza **010** tra tutti i simboli 0 e 1 che si presentano all'ingresso:



Insiemi caratteristici dell'automata

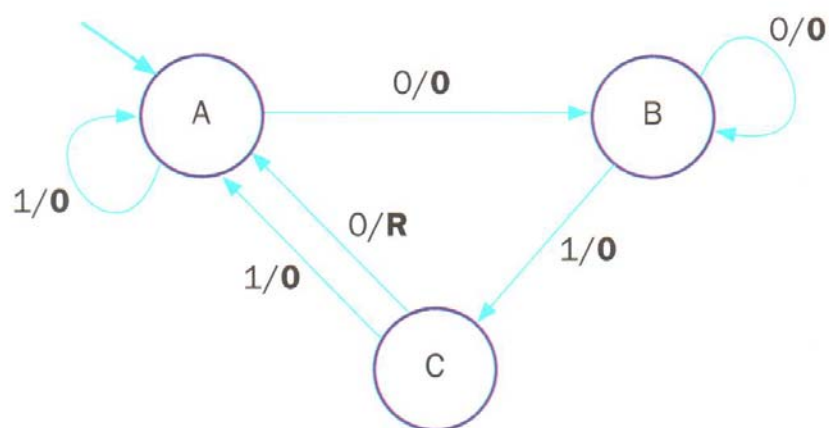
- $I = \{0,1\}$
- $U = \{0, R\}$
0 = non è stata riconosciuta alcuna sequenza 010
R = è stata riconosciuta la sequenza 010
- $S = \{A, B, C, \}$
A = (stato iniziale) si rimane in questo stato finché esce 1
B = è stato riconosciuto il primo 0 della sequenza
C = è stata riconosciuta la sequenza 01

Diagramma degli stati



Si parte dallo stato A. Se si presenta un 1 all'ingresso si rimane in tale stato. Se si presenta uno 0 si passa allo stato B. Dallo stato B, se si presenta un 1 si passa allo stato C, altrimenti con uno 0 in ingresso, si rimane in B. Dallo stato C, con un 1 si ritorna allo stato iniziale A per aspettare di nuovo il primo 0 della sequenza. Se si presenta uno 0 si passa direttamente allo stato B, poiché la sequenza non è stata chiusa, ma è stato riconosciuto il primo zero di una eventuale prossima sequenza.

Consideriamo di avere i seguenti valori in ingresso: **01010**. I primi tre valori individuano la sequenza cercata (010) per cui al terzo istante l'uscita va a R (sequenza riconosciuta), ma l'ultimo 0 della sequenza valida potrebbe essere utilizzato anche come primo elemento di una nuova sequenza, nel qual caso l'uscita va a R nel quinto intervallo di tempo. Se, invece, non si vuole considerare utile quel valore, l'uscita dovrebbe rimanere a 0. Nel primo caso si dice che il riconoscitore **ammette ripetizioni o sovrapposizioni**, nel secondo caso non le ammette. L'automa che stiamo considerando ammette ripetizioni, quindi le uscite andrebbero due volte a R (sequenza riconosciuta) con gli ingressi **01010**. Riportiamo di seguito il diagramma relativo all'automa riconoscitore **che non ammette ripetizioni** dove si può vedere che con la medesima sequenza l'uscita va ad R una sola volta.

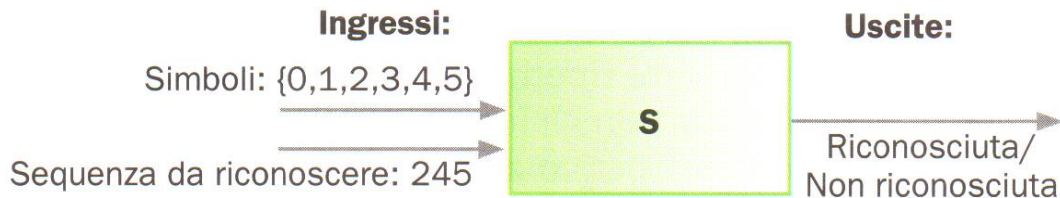


Osservazione: in questo tipo di automi riconoscitori, non sono presenti stati finali. La sequenza **010**, infatti, può essere riconosciuta anche se l'automa termina in uno qualsiasi degli stati A, B o C. Per esempio se consideriamo la sequenza di ingresso **00100**, l'automa termina nello stato B ma con l'emissione di R in uscita; con una sequenza **10101**, l'automa termina nello stato C sempre con l'emissione di un R in uscita. In altri automi, invece, gli stati finali sono indispensabili come vedremo più avanti.

Esempi di automi riconoscitori

Automa cassaforte

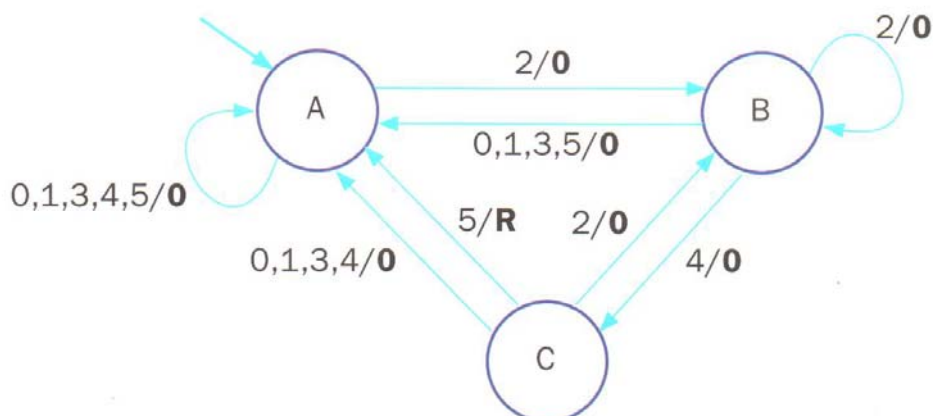
Progettiamo un automa che riconosca la sequenza **245** per l'apertura di una cassaforte. In ingresso possono avvicinarsi numeri interi compresi tra 0 e 5.



Insiemi caratteristici dell'automa

- $I = \{0,1,2,3,4,5\}$
- $U = \{0, R\}$
0 = non è stata riconosciuta alcuna sequenza 245
R = è stata riconosciuta la sequenza 245
- $S = \{A, B, C, \}$
A = (stato iniziale) si rimane in questo stato finché non si immette il 2.
B = è stato riconosciuto il numero 2 quale primo valore della sequenza.
C = è stata riconosciuta 4 quale secondo valore della sequenza

Diagramma degli stati



Nello stato A si è utilizzata la notazione 0,1,3,4,5/0 per dire che se arriva uno qualsiasi di questi valori 0,1,3,4 e 5, si rimane nello stesso stato con uscita nulla. Si noti anche che continuando ad inserire il numero 2, si rimane sempre nello stato B perché esso viene considerato come l'ultimo 2 inserito. Per completare vediamo anche la:

Tabella di transizione

Ingressi \ Stati	0	1	2	3	4	5
A	A/0	A/0	B/0	A/0	A/0	A/0
B	A/0	A/0	B/0	A/0	C/0	A/0
C	A/0	A/0	B/0	A/0	A/0	A/R

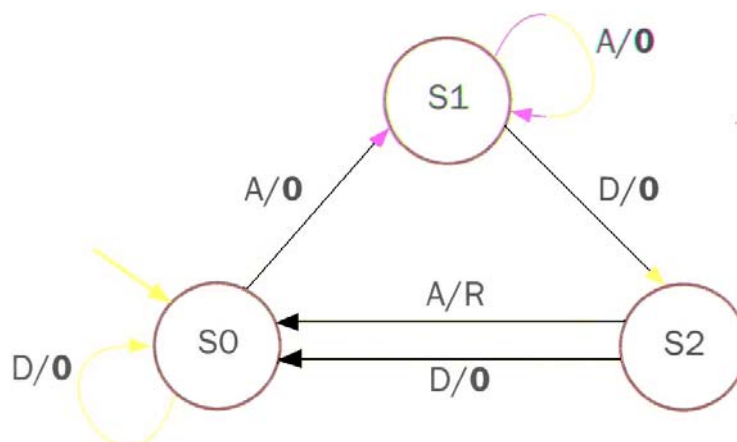
Automa riconoscitore della stringa "ADA"

Progettiamo un automa riconoscitore che **non ammette ripetizioni**: se, ad esempio, si presenta in ingresso la sequenza "ADADA", l'automa riconosce solo una stringa e non due.

Insiemi caratteristici dell'automa

- $I = \{A, D\}$
- $U = \{0, R\}$
0 = non è stata riconosciuta alcuna sequenza ADA
R = è stata riconosciuta la sequenza ADA
- $S = \{S0, S1, S2\}$
S0 = stato iniziale.
S1 = è stato che si raggiunge quando è stata riconosciuta la prima "A" della sequenza.
S2 = stato che ricorda gli ultimi due ingressi, una "D" preceduta da una "A".

Diagramma degli stati



Analisi del diagramma degli stati

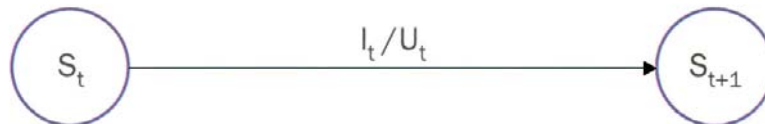
Se nello stato S0 l'automa riceve in ingresso D, permane nello stato S0; se riceve una A, cambia stato e passa a S1 perché questa A potrebbe essere il primo carattere della sequenza; in entrambi i casi l'uscita è 0. Se nello S1 l'automa riceve in ingresso una D, passa allo stato S2, perché potrebbe essere il secondo simbolo utile della sequenza, mentre se riceve in ingresso una A non cambia stato, perché potrebbe essere A l'inizio della sequenza. Le uscite in entrambi i casi sono 0. Nello stato S2, se si presenta una A, la sequenza è riconosciuta, l'uscita diventa R e si ritorna allo stato iniziale S0; se invece si riceve una D, l'automa ritorna ancora nello stato S0 ma con uscita 0. Non è possibile che l'automa rimanga nello stato S2 perché questo è lo stato che ricorda gli ultimi due ingressi che in questo caso sarebbero DD; né può tornare in S1 perché è lo stato che ricorda l'ultimo ingresso A e non D. Supponiamo che arrivi la seguente successione in ingresso: **AAADDDADDADA**". L'automa in S0 riceve una A e passa a S1 con uscita 0; in S1 riceve ancora una A e resta in S1 con uscita 0; e così ancora per la successiva A; poi arriva una D e passa in S2 con uscita 0; qui riceve una D e ritorna in S0 con uscita 0 e vi rimane anche dopo avere ricevuto la successiva D; quando arriva una A passa in S1 con uscita 0; riceve di nuovo una D e passa in S2 sempre con uscita 0; di nuovo una D che riporta l'automa nello stato S0 con uscita 0; in S0 riceve una A e passa a S1 con uscita 0; riceve una D e passa in S2 con uscita 0; in S2 riceve una A e torna in S0 ma con uscita R.

Gli automi di Mealy, di Moore e senza Uscite

Negli automi visti fino a questo momento, le uscite a un certo istante t dipendono, oltre che dallo stato, anche dagli ingressi. Possiamo quindi scrivere la funzione di trasformazione nello stesso modo in cui è stata vista nella definizione di automa:

$$u(t) = g(s(t), i(t))$$

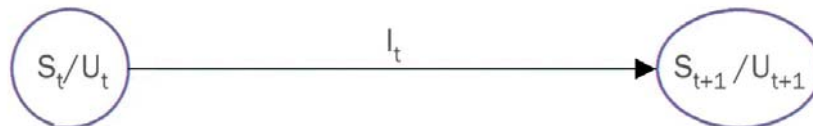
Gli automi di questo tipo prendono il nome di **automi impropri o di Mealy**. Per rappresentarli si utilizzano i diagrammi degli stati visti finora, cioè:



Un automa si dice invece **proprio o di Moore** quando le uscite all'istante t dipendono esclusivamente dai valori assunti dallo stato. In tal caso possiamo scrivere la funzione di trasformazione nel seguente modo:

$$u(t) = g(s(t))$$

per rappresentare questi automi si utilizzano dei diagrammi degli stati leggermente diversi, in cui in ogni bolla vi è la coppia stato/uscita e sull'arco semplicemente l'ingresso:



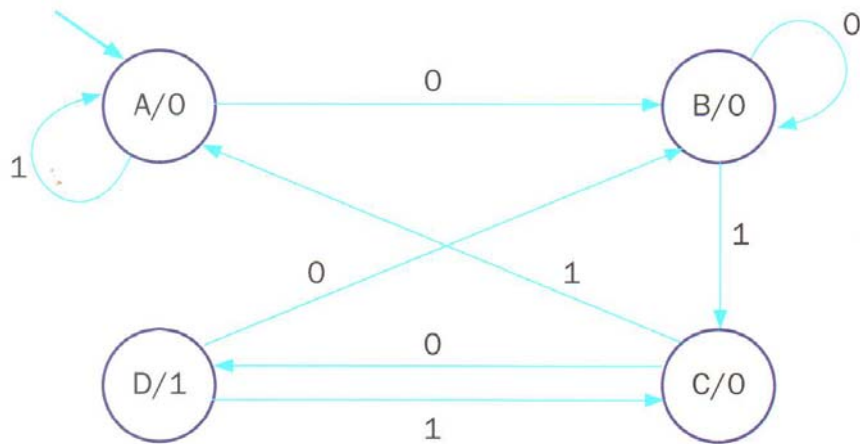
La tabella di transizione ha una colonna in più per le uscite, che sono legate solo agli stati. Nelle celle ci sarà, inoltre, solo lo stato successivo.

Ingressi \ Stati	I1	I2	I3	Uscite
S1				U1
S2				U2
S3		Stato successivo		U3
S4				U4

Non è corretto pensare che gli automi di Mealy possano svolgere meno compiti rispetto agli automi di Moore, poiché è sempre possibile trasformare un automa di Mealy nel corrispondente automa di Moore aumentando adeguatamente il numero degli stati.

Riprendiamo allora l'automata riconoscitore della sequenza **010** (automa di Mealy che ammette ripetizione), visto precedentemente e trasformiamolo in un automa di Moore.

Diagramma degli stati



Come si può notare è stato aggiunto un nuovo stato.

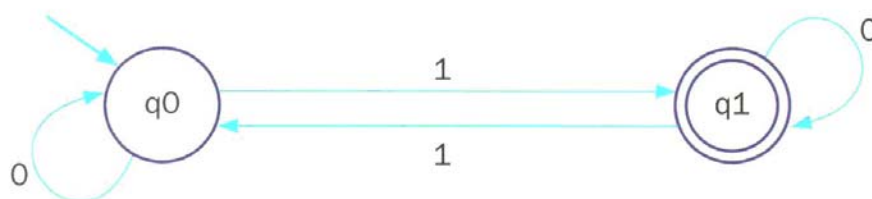
Automi senza uscite

In alcuni tipi di automi le uscite non vengono riportate né all'interno degli stati, né sugli archi; in questi casi si parla di **automati senza uscite**. Negli automi riconoscitori senza uscite, per sapere se la sequenza è stata o meno riconosciuta si utilizzano gli stati finali nel senso che:

- Se lo stato non è finale l'uscita è "sequenza non riconosciuta"
- Se lo stato è finale l'uscita è "sequenza riconosciuta"

Si osservi come esempio il seguente automa riconoscitore che **riconosce sequenze che hanno un numero dispari di 1**.

Diagramma degli stati

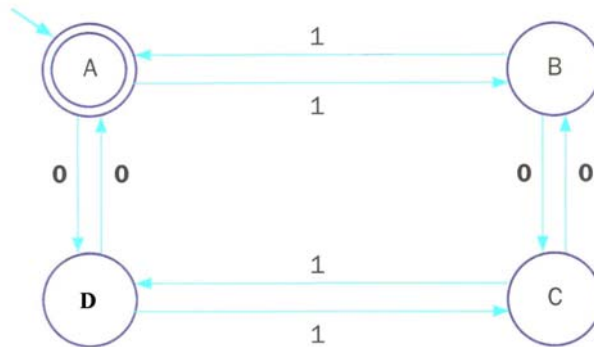


Per il tipo di riconoscimento che l'automa deve effettuare, non è corretto inserire l'uscita R (Riconosciuta) all'interno dello stato q1. Questo perché tale uscita verrebbe emessa ripetutamente ogni volta che l'automa passa nello stato q1; invece l'automa dovrebbe aspettare necessariamente la **fine della sequenza in ingresso** prima di stabilire il riconoscimento. In questo caso specifico, quando viene letto l'ultimo simbolo in ingresso e l'automa si trova nello stato q0, significa che la sequenza non è stata riconosciuta; quando invece, termina la sequenza di ingresso e l'automa si trova nello stato q1, significa che la sequenza è stata riconosciuta.

Esempi di Automi di Mealy e di Moore e senza uscite

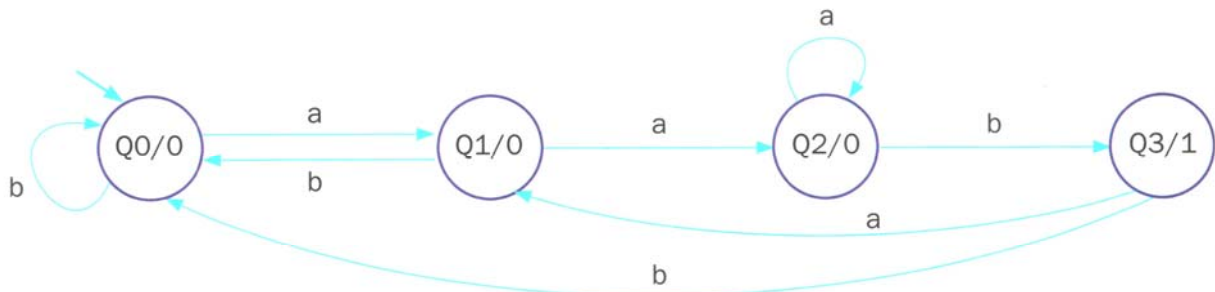
Automa riconoscitore (senza uscite) di stringhe con un numero pari di 1 e di 0

Diagramma degli stati

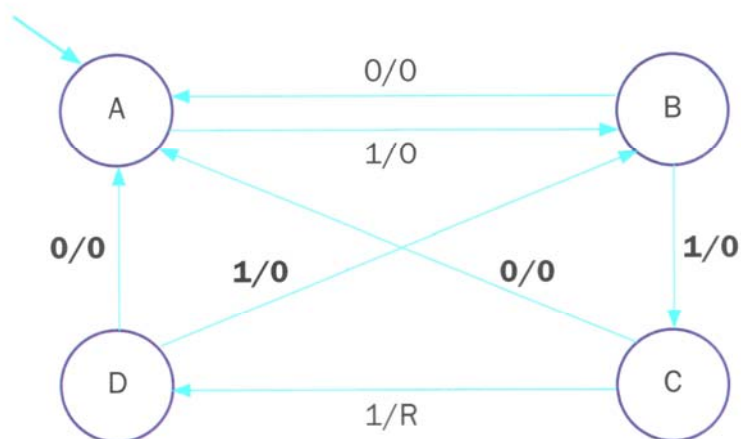


Lo stato A è sia iniziale che finale. La stringa è riconosciuta solo se ci si trova nello stato A quando la successione di simboli in ingresso è stata interamente letta.

Automa riconoscitore (di Moore) che rileva la presenza della sequenza aab nella successione di simboli a e b in ingresso.



Automa riconoscitore (di Mealy) che rileva la presenza di tre uni consecutivi



Un esempio analizzato passo-passo

Consideriamo il seguente automa riconoscitore (senza uscite) di una sequenza con numero pari di 0.

Insiemi caratteristici dell'automata

$I = \{0,1\}$

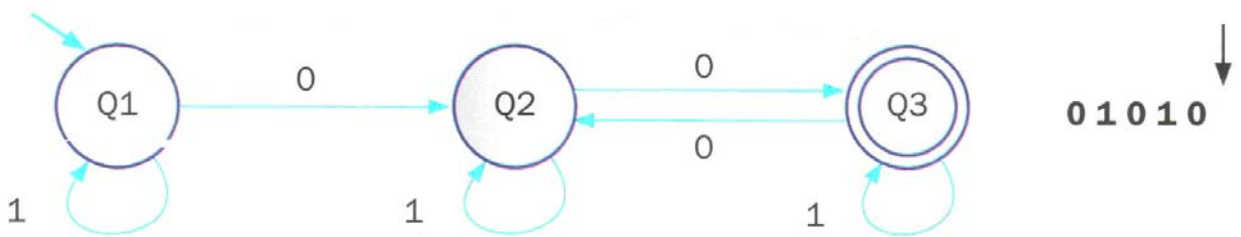
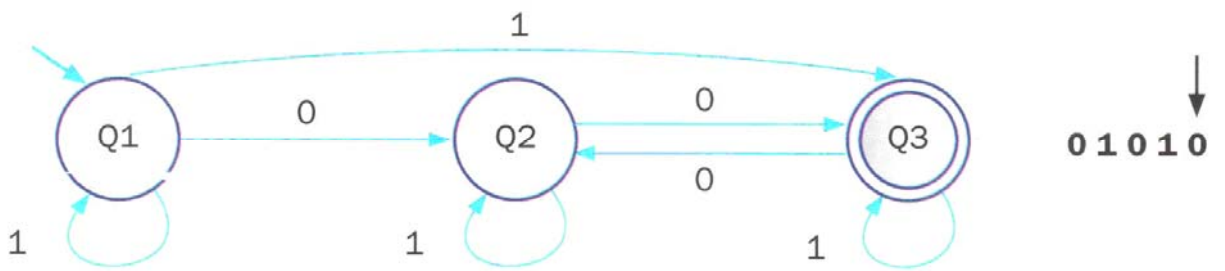
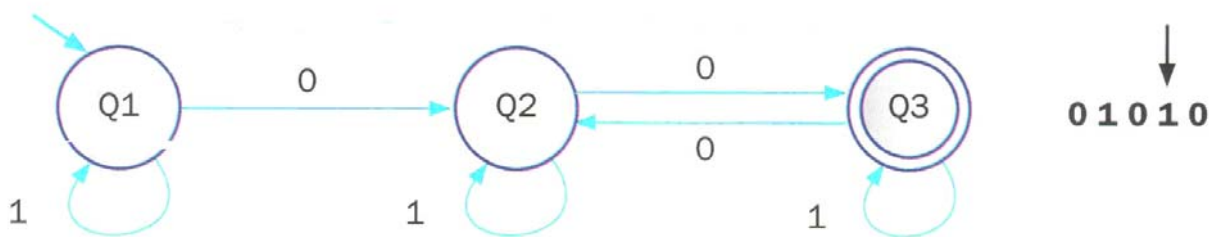
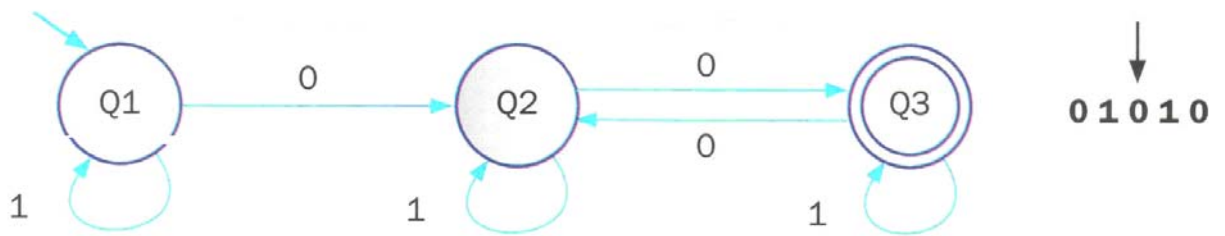
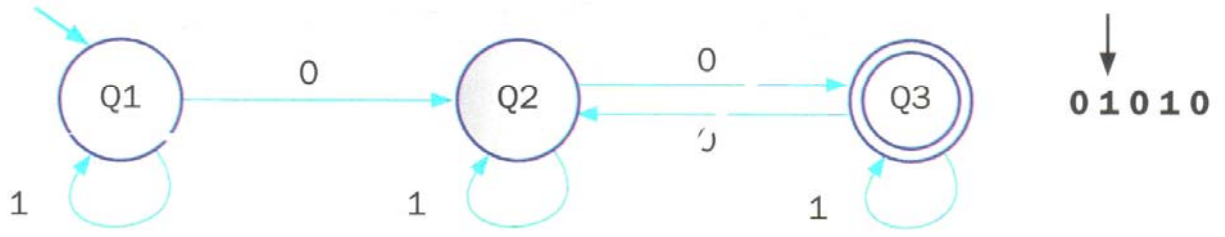
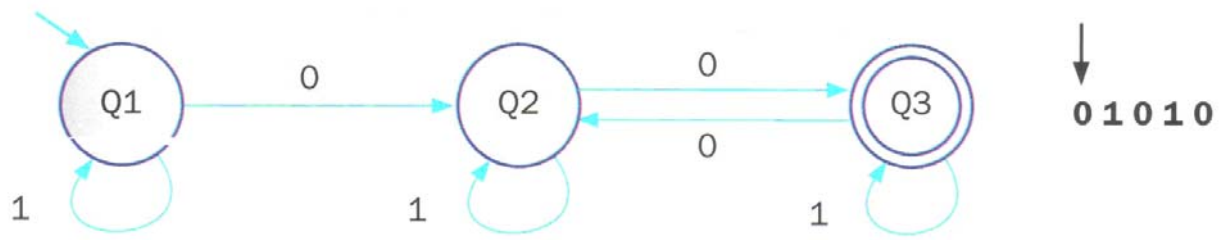
$S = \{Q1, Q2, Q3\}$

Q1 = stato iniziale

Q2 = è stato trovato un numero dispari di 0

Q3 = stato finale, è stato trovato un numero pari di 0

Sottoponiamo all'automata la seguente successione di simboli: **01010**. Lo stato scuro è quello in cui ritrova l'automata al momento dell'analisi del simbolo che sta leggendo in ingresso.



Quando terminano i simboli in ingresso, l'automa si trova nello stato Q2, pertanto la sequenza non è stata riconosciuta.